

Modelización para el control del rumbo de un buque

Trabajo Final de Grado



Facultad de Náutica de Barcelona
Universidad Politécnica de Cataluña

Trabajo realizado por:
Virginia Sánchez Romero

Dirigido por:
Sergio Romero
Rosa María Fernández

Grado en Sistemas y Tecnología Naval

Barcelona, 8 de febrero de 2019

Departamento de ingeniería de Sistemas, Automática e Informática Industrial



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Facultat de Nàutica de Barcelona

Agradecimientos

A Sergio Romero y a Rosa M. Fernández por su ayuda, tiempo e interés.

A mi familia por el apoyo recibido durante la realización del trabajo.

Resumen

Este proyecto incluye el desarrollo matemático de un modelo de la dinámica de buques, la máquina del timón, la propulsión y las perturbaciones que genera el viento durante la navegación. Este modelo es de gran complejidad ya que comprende un gran número de ecuaciones y de variables. Se ha realizado una extensa búsqueda bibliográfica para recopilar toda la información referente a modelos matemáticos que describen el comportamiento dinámico de los buques a partir de las leyes dinámicas e hidrodinámicas, de la dinámica de propulsión de los buques y de las fuerzas producidas por las perturbaciones debidas al viento.

El modelo se implementa en *Simulink* con el fin de analizarlo, y se llevan a cabo distintas simulaciones en distintas condiciones de operación. El comportamiento de las diferentes partes del modelo ha sido validado por separado permitiendo una mejor comprensión de cada uno de los elementos que componen el sistema de control. El modelo global ha permitido analizar y comparar diferentes tipos controladores. En concreto, se establecen unas especificaciones de comportamiento del sistema deseadas y se diseñan y presentan dos tipos de controladores diferentes: controlador de acción proporcional y controlador PID (proporcional, integral, derivativo).

Este modelo facilita en gran medida la comprensión y evaluación del transcurso temporal de un gran número de variables del buque (ángulo de mando, rumbo, velocidad lateral del buque, velocidad de avance, fuerzas producidas por el propulsor, el timón y el viento, etc), contemplando la posibilidad de añadirlo como práctica obligatoria en las asignaturas de Control de los diferentes grados que se imparten en la Facultad de Náutica de Barcelona.

Abstract

This final project covers the mathematical development of the ship's dynamics, the engine, the rudder and the external disturbances due to the wind during the navigation. This model is very complex since it comprises a large number of equations and variables. An extensive bibliographic search has been carried out to collect all the information referring to mathematical models that describe the dynamic behavior of ships following dynamic and hydrodynamic laws, the propulsion dynamics and the forces produced by the disturbances due to the wind.

The ship model is implemented in *Simulink* in order to analyze it, and some simulations in changing conditions are performed. The behavior of the different sections of the model has been validated separately allowing a better understanding of each of the model elements. The global model has allowed analyzing and comparing different control strategies. In particular, the desired system performance specifications are established and two different types of controller are designed: a proportional controller and a PID (proportional, integral, derivative) controller.

This model greatly facilitates the understanding and assessment of the time course of a large number of ship variables (steering angle, course, sway, surge, forces produced by the propeller, the rudder and the wind, etc.). It is even contemplated the incorporation of this model as a practice in the control subjects of the degrees in the Facultat de Nàutica de Barcelona.

Tabla de contenidos

| | |
|--|-----------|
| AGRADECIMIENTOS | II |
| RESUMEN..... | IV |
| ABSTRACT | V |
| TABLA DE CONTENIDOS | VI |
| | |
| 1. INTRODUCCIÓN | 8 |
| | |
| 1.1. CONTEXTO DEL PROYECTO | 8 |
| 1.2. MOTIVACIÓN Y ALCANCE | 9 |
| 1.3. OBJETIVOS DEL PROYECTO | 9 |
| 1.4. BUQUE BAJO ESTUDIO | 9 |
| 1.5. ESTRUCTURA DE LA MEMORIA | 11 |
| | |
| 2. DESARROLLO MATEMÁTICO | 13 |
| | |
| 2.1. SISTEMA DE COORDENADAS..... | 13 |
| 2.2. ECUACIONES DE MOVIMIENTO..... | 15 |
| 2.2.1. ECUACIONES DE MOVIMIENTO RESPECTO A UN PUNTO FIJO | 15 |
| 2.2.2. ECUACIONES DE MOVIMIENTO DEL BUQUE RESPECTO AL SISTEMA DE COORDENADAS MÓVIL | 16 |
| 2.2.3. ECUACIONES DE DINÁMICA DEL BUQUE | 24 |
| 2.2.4. DERIVADAS HIDRODINÁMICAS | 27 |
| 2.2.5. ECUACIONES DE GIRO | 29 |
| 2.2.6. ECUACIONES DE PROPULSIÓN DEL BUQUE..... | 30 |
| 2.3. PERTURBACIONES | 32 |
| 2.3.1. VIENTO | 32 |
| | |
| 3. ANÁLISIS DEL SISTEMA EN ANILLO ABIERTO | 34 |
| | |
| 3.1. MÁQUINA DEL TIMÓN..... | 34 |
| 3.1.1. ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN..... | 35 |
| 3.2. DINÁMICA DE GIRO | 37 |
| 3.2.1. ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN..... | 38 |
| 3.2.2. SENSIBILIDAD A VARIACIONES EN LA ESLORA, CALADO, MANGA Y DESPLAZAMIENTO..... | 40 |
| 3.3. PROPULSIÓN..... | 47 |
| 3.3.1. ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN..... | 47 |
| 3.4. DINÁMICA DE PROPULSIÓN | 49 |
| 3.4.1. ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN..... | 50 |
| 3.5. POSICIÓN DEL BUQUE..... | 51 |
| 3.5.1. ANÁLISIS DE LA PROPULSIÓN CARTESIANA DEL BUQUE SIN GIRO DEL TIMÓN | 51 |

| | | |
|-----------------------|---|-----------|
| 3.5.2. | ANÁLISIS DE LA POSICIÓN CARTESIANA DEL BUQUE CON GIRO DEL TIMÓN | 53 |
| 3.6. | PERTURBACIONES DEBIDAS AL VIENTO | 54 |
| 3.6.1. | ANÁLISIS DE LAS PERTURBACIONES DEBIDAS AL VIENTO SOBRE EL RUMBO, EL <i>SWAY</i> Y EL <i>SURGE</i> DEL BUQUE | 54 |
| 3.6.2. | ANÁLISIS DE LAS PERTURBACIONES DEBIDAS AL VIENTO SOBRE LA POSICIÓN DEL BUQUE RESPECTO LA TIERRA | 56 |
| 4. | ANÁLISIS DEL SISTEMA EN ANILLO CERRADO | 58 |
| 4.1. | INTRODUCCIÓN..... | 58 |
| 4.2. | CONTROLADOR DE ACCIÓN PROPORCIONAL | 59 |
| 4.2.1. | ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN CON UN CONTROLADOR PROPORCIONAL $K_P = 0,1$ | 62 |
| 4.2.2. | ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN CON UN CONTROLADOR PROPORCIONAL $K_P = 1$ | 64 |
| 4.3. | CONTROLADOR PID..... | 66 |
| 4.3.1. | DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL MODELO | 67 |
| 4.3.2. | ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN CON UN CONTROLADOR PID SOBRE EL RUMBO, LA PALA DEL TIMÓN, EL <i>SWAY</i> Y EL <i>SURGE</i> | 69 |
| 4.3.3. | ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN CON UN CONTROLADOR PID SOBRE LA POSICIÓN X E Y DEL BUQUE RESPECTO LA TIERRA..... | 73 |
| 4.4. | CÁLCULO DEL RUMBO DESEADO TRAVÉS DE <i>WAYPOINTS</i>..... | 75 |
| 4.4.1. | ANÁLISIS MEDIANTE SIMULACIÓN | 76 |
| 5. | CONCLUSIONES..... | 79 |
| 6. | LIMITACIONES Y EXTENSIONES FUTURAS..... | 81 |
| 7. | PRESUPUESTO | 82 |
| 8. | CRONOGRAMA..... | 83 |
| 9. | IMPACTO MEDIOAMBIENTAL..... | 85 |
| 10. | REFERENCIAS | 86 |
| APÉNDICES..... | | 88 |
| A. | DATOS DEL BUQUE BAJO ESTUDIO | 88 |
| B. | TABLA DE CONVERSIONES DE LAS UNIDADES AL SISTEMA INTERNACIONAL | 89 |
| C. | CÓDIGO DEL ARCHIVO <i>SCRIPT M-FILE</i> DE <i>MATLAB</i>..... | 90 |

1. Introducción

1.1. Contexto del proyecto

La Teoría de Control es una rama de la Teoría de Sistemas que se encarga de analizar y mejorar el comportamiento de los sistemas dinámicos, por lo tanto, aporta los elementos necesarios para realizar un desempeño óptimo de dichos sistemas, mejorar la productividad, realizar operaciones repetitivas y rutinarias y mejorar la seguridad. De esta manera, la Ingeniería de Control tiene como objetivo controlar las salidas de una forma prescrita, mediante las entradas, a través de los elementos del sistema de control.

La aplicación del control automático en la navegación de buques es muy amplia y posee un gran desarrollo tecnológico. Uno de los múltiples ámbitos de aplicación de la Teoría de Control es el diseño de sistemas de control de rumbo.

Durante el diseño de un buque, el estudio de su maniobrabilidad es un proceso significativo, ya que es necesario controlarlo para realizar todo tipo de maniobras como: mantener su posición fija, seguir una trayectoria planificada, realizar un cambio de rumbo, alcanzar un destino o actuar ante posibles colisiones.

Tradicionalmente, el método que se aplicaba para examinar el casco de un buque consistía en varias pruebas de un modelo a escala dentro de un tanque de olas. Sin embargo, la construcción y las pruebas del modelo resultaban caras e involucraban mucha mano de obra. Otro inconveniente que presentaba este método es que era muy importante que antes de que el casco llegara a esta fase, el diseño debía estar lo más completo posible.

Actualmente, la posibilidad de tener un ordenador con un software capaz de simular el comportamiento y rendimiento del casco de un buque incrementa la productividad del equipo de diseño. Así, el resultado será que se construyan modelos a escala más precisos y, finalmente, se obtengan mejores diseños a un menor coste. Por estos motivos, se han realizado varios estudios sobre el modelo de control del rumbo de un buque con diversos grados de complejidad.

En este proyecto, se presenta un modelo simplificado de la dinámica del buque que permite realizar simulaciones de la maniobrabilidad y el mantenimiento de la posición del buque. Esta simulación se

utilizará para estudiar el algoritmo del control del rumbo en presencia de posibles perturbaciones como el viento.

1.2. Motivación y alcance

Este proyecto surge como una necesidad derivada por las siguientes causas:

- En cuanto al desarrollo matemático, obtener las ecuaciones y los parámetros idóneos para el diseño del modelo.
- En cuanto al diseño de la planta del buque, obtener una buena relación entre los resultados del análisis y los que se podrían llegar a obtener en un estudio experimental con el sistema físico real.
- Analizar qué tipo de controlador presenta los mejores resultados globales y diseñarlo.

1.3. Objetivos del proyecto

El objetivo principal de este proyecto consiste en implementar un modelo completo de simulación del rumbo de un buque, incorporando la dinámica de la propulsión del buque y la perturbación debida al viento.

Los objetivos específicos incluyen:

- El desarrollo de un modelo matemático para la dinámica del buque, el propulsor y timón, teniendo en cuenta los factores de perturbación debidos a diferentes condiciones de viento.
- Implementar en *Simulink* el modelo matemático y validarlo mediante simulación, en base a los parámetros de un modelo de buque concreto bajo estudio.
- Diseñar y validar un controlador que asuma las especificaciones que se planteen.
- Realizar las pruebas de control sobre el modelo *Simulink* del buque y realizar pruebas en diferentes escenarios de perturbaciones.
- Extraer conclusiones a partir del comportamiento del sistema de control.

1.4. Buque bajo estudio

El buque bajo estudio elegido para la realización de las simulaciones y validaciones, es el modelo norte americano *Regional Deterrence Ship 2010*.

Este buque fue diseñado para operar en aguas litorales para disuadir conflictos entre Estados Unidos y otras naciones, y para obstaculizar las operaciones militares de los países enemigos en el caso que la disuasión fallara. El buque requería contar con una capacidad significativa para apoyar las posibles evacuaciones de los países aliados; ser completamente capaz de operar con un grupo de batalla; para respaldar posibles operaciones anfibias realizadas desde otros barcos y tener capacidades sólidas de autodefensa.

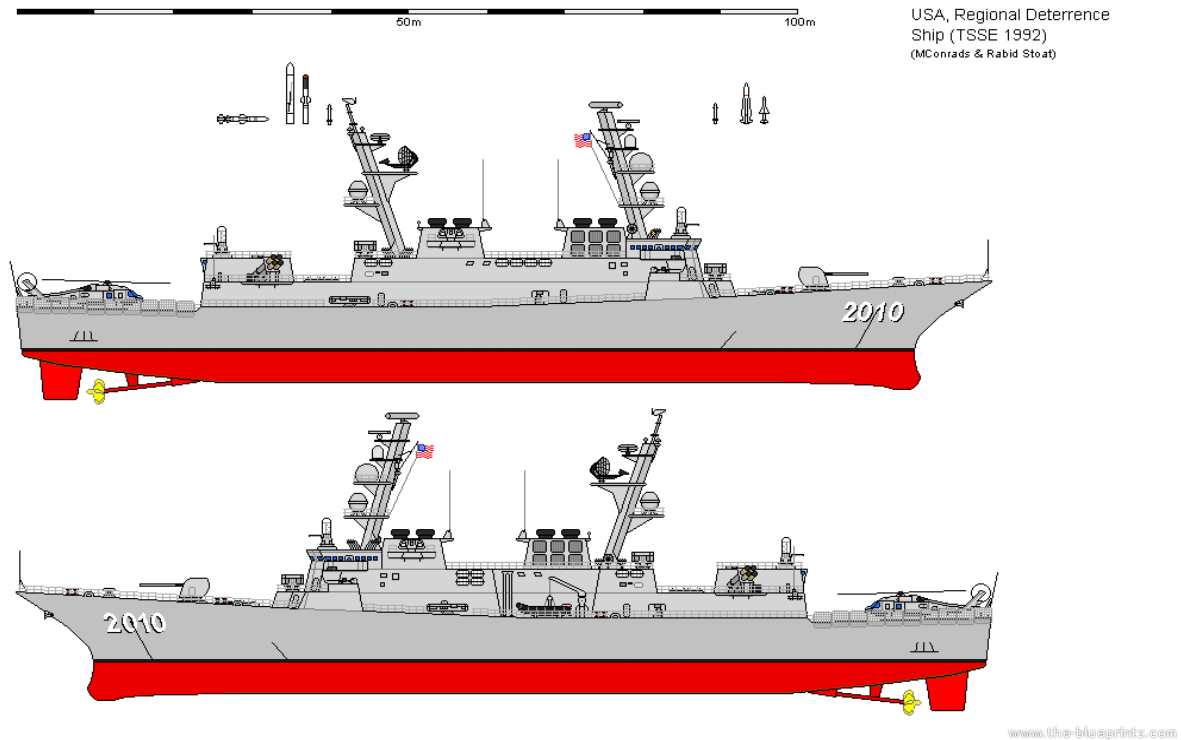


Figura 1-1: Regional Deterrence Ship 2010. Fuente: The Blueprints

El *RDS-2010* cuenta con un doble casco que proporciona una significativa reserva de la flotabilidad ya que presenta una distancia de separación adicional contra las detonaciones de ojivas. Los equipos de combate están dispuestos en enclave para reducir la probabilidad de múltiples pérdidas de capacidades tras un impacto.

Las principales dimensiones del buque se muestran en la Tabla 1:

| <i>DIMENSIONES PRINCIPALES DEL BUQUE</i> | Unidades Sistema Internacional |
|---|---------------------------------------|
| Manga del buque en línea de flotación (b) | 16,79 m |
| Calado (T) | 4,58 m |
| Eslora total (LOA) | 124,76 m |
| Desplazamiento (mship) | 5813,61 Tm |

Tabla 1: Dimensiones principales del buque RDS-2010

Las características del buque se encuentran más detalladas en la tabla que se presenta en el apéndice A de la memoria. A pesar que el modelo trabaja internamente en con unidades del sistema imperial, es decir las unidades del sistema anglosajón. Sin embargo, los resultados obtenidos a lo largo del proyecto se han convertido a e unidades del Sistema Internacional. En el apéndice B aparecen las conversiones que se han aplicado a lo largo de la memoria.

1.5. Estructura de la memoria

A continuación, se detalla la estructura de la memoria por capítulos:

En el capítulo 2 se presentan las ecuaciones matemáticas más significativas para el desarrollo del modelo de dinámica de embarcaciones, incluyendo las perturbaciones debidas al viento.

En el capítulo 3 se detalla el desarrollo y el análisis del sistema en anillo abierto.

En el capítulo 4 se presenta el desarrollo del sistema en anillo cerrado, es decir, el diseño del controlador para regular el rumbo del buque.

En el capítulo 5 se detallan las conclusiones extraídas en base al comportamiento obtenido del sistema controlado.

En el capítulo 6 se presentan las posibles extensiones futuras del proyecto.

En el capítulo 7 se muestra el balance realizado que determina el presupuesto de este proyecto.

En el capítulo 8 se detalla el cronograma de la realización del proyecto, agrupando cada fase en bloques denominados *work packages*.

En el capítulo 9 se trata el impacto medioambiental del proyecto.

En el capítulo 10 se presentan las referencias:

Finalmente, se incluyen los apéndices que contienen:

- El apéndice A muestra la tabla de datos y características del buque bajo estudio
- El apéndice B incluye la tabla de conversiones de unidades del sistema imperial al sistema internacional aplicada a lo largo del proyecto.
- El apéndice C contiene el código del archivo *script m-file* de Matlab

2. Desarrollo matemático

2.1. Sistema de coordenadas

Para describir el movimiento relativo de un buque a la tierra se emplean dos tipos de sistemas de coordenadas. El primero es un sistema fijo respecto a la tierra orientado a un determinado punto fijo O en la superficie; el segundo es un sistema fijo respecto a los tres ejes principales de movimiento del buque, con origen en O_B y solidario con su desplazamiento.

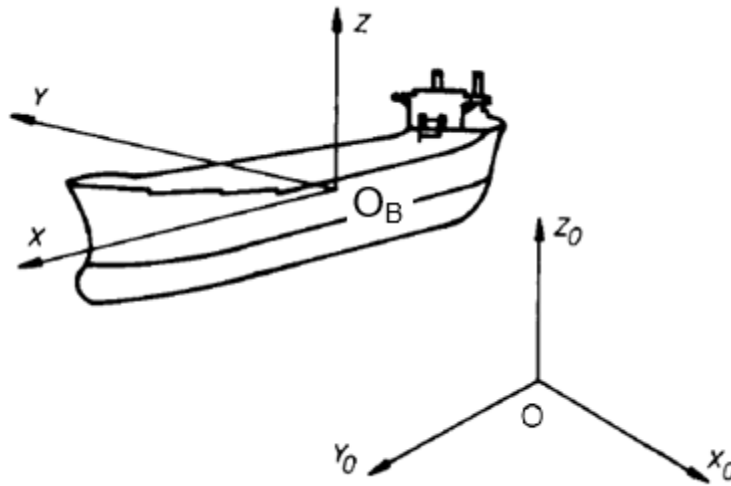


Figura 2-1: Sistemas de coordenadas utilizados para describir el movimiento de un buque (Lopez, 1980)

Se puede considerar que un sistema de referencia situado a tierra en un punto fijo O es un sistema inercial porque normalmente, se supone que la aceleración de un punto a la superficie de la Tierra afecta muy poco al movimiento cuando la velocidad de los buques es baja.

En este Trabajo de Fin de Grado, se utiliza el sistema de coordenadas fijo al buque para las fuerzas de control y de perturbaciones, obteniendo como resultado un movimiento del origen de coordenadas del barco relativo a la Tierra. El uso de este tipo de sistema de referencia permite tener momentos de inercia y longitud de los momentos constantes en las tres direcciones.

El buque en el mar, sometido a todas las fuerzas actuantes (X, Y, Z), se mueve según seis grados de libertad¹. Tres de traslación y tres de rotación.

Movimientos de traslación:

- Movimiento vertical de ascenso y descenso: arfada (*heave*)
- Movimiento de traslación lateral a una u otra banda (*sway*)
- Movimiento de avance o retroceso (*surge*)

Movimientos de rotación:

- Movimiento según el eje vertical z : guiñada (*yaw*)
- Movimiento según el eje transversal y : cabeceo (*pitch*)
- Movimiento según el eje longitudinal x : escora. Si la rotación es oscilatoria: balanceo (*roll*)

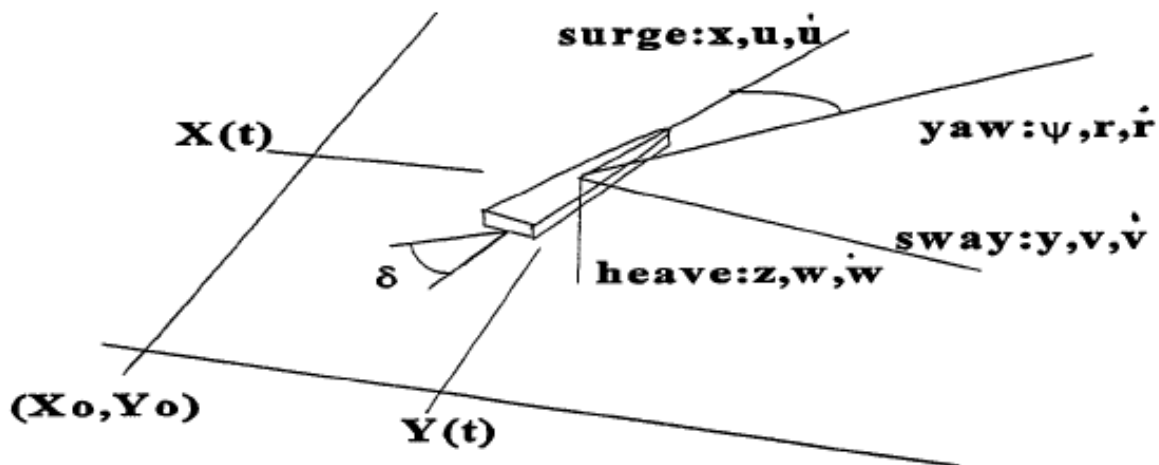


Figura 2-2: Movimientos de traslación de un buque y representación de sus velocidades lineales y aceleraciones (Christopher A., 1996)

La dinámica de la maniobra y de seguimiento del rumbo de un barco puede ser descrita y analizada por las ecuaciones de movimiento de Newton. Las ecuaciones básicas en el plano horizontal se pueden considerar, en primer lugar, en referencia al sistema de coordenadas fijo en un punto de la tierra y, en segundo, en referencia al sistema de coordenadas solidario al buque.

Generalmente, se considera que los movimientos más importantes de los buques se producen en el plano horizontal (x_0, y_0). De esta manera, tanto los movimientos de rotación respecto a los ejes x e y , es decir, el cabeceo y balanceo, como el desplazamiento en el eje z , la arfada, se desprecian.

¹ Seis grados de libertad se refiere al movimiento en un espacio tridimensional, es decir, la capacidad de moverse hacia delante/detrás, arriba/abajo, babor/estribor, combinados con la rotación sobre tres ejes perpendiculares.

Por tanto, el movimiento de un buque se puede describir con las siguientes variables:

- $x_o(t)$ e $y_o(t)$ que describen la distancia que el buque ha recorrido respecto a un origen fijado en un tiempo t determinado en las coordenadas inerciales.
- δ describe el ángulo del timón.
- ψ describe el ángulo del vector de velocidad del buque respecto a un eje paralelo a x_o , situado en el centro de gravedad de éste.
- u, v, w representan las velocidades lineales del buque en las componentes x, y, z respectivamente.
- $r = \dot{\psi}$ es la velocidad angular de guiñada (*yawing*).
- $\dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$ describen las aceleraciones lineales del buque en las componentes x, y , y en la componente de aceleración angular de guiñada.

2.2. Ecuaciones de movimiento

En este apartado se presentan de forma abreviada las ecuaciones que rigen el movimiento de un buque. Se pueden estudiar con más profundidad en *Principles of Naval Architecture, Volumen III* (Edward V., 1989).

2.2.1. Ecuaciones de movimiento respecto a un punto fijo

El movimiento de un barco en un instante de tiempo $t = t_0$ está íntegramente determinado por las coordenadas del centro de gravedad del buque en un instante de tiempo t_0 respecto a un sistema de coordenadas fijo en un punto de la tierra (x_{0G}, y_{0G}) y por el ángulo de rumbo (en inglés, *yaw* ψ).

Las ecuaciones de movimiento de Newton en referencia al sistema de coordenadas fijo en la tierra son:

$$\begin{aligned}X_o &= m\ddot{x}_{0G} \\Y_o &= m\ddot{y}_{0G} \\N &= I_Z\ddot{\psi}\end{aligned}\tag{2-1}$$

donde,

$\ddot{x}_{0G}, \ddot{y}_{0G}$ y $\ddot{\psi}$ representan las segundas derivadas de x_{0G}, y_{0G} y ψ respecto al tiempo t .

X_o e Y_o son las fuerzas totales en las direcciones x_o e y_o respectivamente.

m es la masa del buque.

N es el momento total sobre el eje z del buque.

I_z es el momento de inercia respecto al eje z .

2.2.2. Ecuaciones de movimiento del buque respecto al sistema de coordenadas móvil

Para poder convertir las ecuaciones al cambiar de un sistema de coordenadas fijo a un sistema de coordenadas móvil, las fuerzas totales X e Y en las direcciones x e y se expresan mediante los términos X_o e Y_o :

$$\begin{aligned} X &= X_o \cos \psi + Y_o \sin \psi \\ Y &= Y_o \cos \psi - X_o \sin \psi \end{aligned} \quad (2-2)$$

Aislando X_o e Y_o del sistema anterior, se obtiene que:

$$\begin{aligned} X_o &= X \cos \psi - Y \sin \psi \\ Y_o &= Y \cos \psi + X \sin \psi \end{aligned} \quad (2-3)$$

Derivando las dos últimas ecuaciones (Edward V., 1989), resulta:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{oG} &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y}_{oG} &= v \cos \psi + u \sin \psi \end{aligned} \quad (2-4)$$

De las ecuaciones anteriores, se puede extraer que:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{oG} &= \dot{u} \cos \psi - \dot{v} \sin \psi - (u \sin \psi + v \cos \psi) \dot{\psi} \\ \ddot{y}_{oG} &= \dot{u} \sin \psi + \dot{v} \cos \psi + (u \cos \psi - v \sin \psi) \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2-5)$$

Sustituyendo (2-5) en (2-1) e introduciendo los valores resultantes de X_o e Y_o en (2-2) resultan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} X &= m(\dot{u} - v\dot{\psi}) \\ Y &= m(\dot{v} + u\dot{\psi}) \end{aligned} \quad (2-6)$$

Estas dos ecuaciones, junto con la tercera de las ecuaciones presentada en (2-1) comprenden las ecuaciones del movimiento del buque en el plano horizontal, considerando que son nulos los valores de balanceo (*roll*), cabeceo (*pitch*) y arfada (*heave*).

$$\begin{aligned} X &= m(\dot{u} - v\dot{\psi}) \\ Y &= m(\dot{v} - u\dot{\psi}) \\ N &= I_Z\ddot{\psi} \end{aligned} \quad (2-7)$$

Las ecuaciones que aparecen anteriormente (2-7) son válidas, siempre y cuando, el origen del sistema de coordenadas del buque coincida con su centro de gravedad, el cual debe estar en el plano principal de simetría. Sin embargo, en los buques ésta no puede ser una aproximación válida, ya que su centro de gravedad va cambiando en función de las condiciones de carga, por lo tanto, no tienen un centro de gravedad fijo. Por este motivo, la opción más útil y que permite no aplicar unas ecuaciones de movimiento complejas es escoger un sistema de coordenadas ortogonal paralelo a los ejes principales de inercia.

Como se detalla en “*Modelos Matemáticos para el Control de Gobierno de Buques*” (Gonzalez, 2004) las ecuaciones de movimiento del barco en el plano horizontal se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} X &= m(\dot{u} - v\dot{\psi} - x_G\dot{\psi}^2) \\ Y &= m(\dot{v} - u\dot{\psi} - x_G\ddot{\psi}) \\ N &= I_Z\ddot{\psi} + mx_G(u\dot{\psi} + \dot{v}) \end{aligned} \quad (2-8)$$

donde,

x_G hace referencia a la posición de la coordenada x del centro de gravedad del buque.

Para comprender algunas de las características de la controlabilidad de un buque, es necesario familiarizarse previamente con algunos aspectos relativos al concepto de estabilidad y al desarrollo y utilización de ecuaciones lineales de movimiento.

Las ecuaciones (2-7) y (2-8) son no lineales y algunos de los componentes que las forman, dependen de las velocidades y aceleraciones del buque. En el caso más general, estas ecuaciones también incluyen términos dependientes de la orientación del buque relativa a los ejes fijados en un punto en la superficie de la tierra y, como se verá más adelante, términos de excitación que provienen del mar o del uso de la máquina del timón. Hasta el momento, se asume que estas ecuaciones están compuestas por fuerzas y momentos derivados de los movimientos del buque que, al mismo tiempo, se han influenciado por perturbaciones. De este modo, las ecuaciones (2-7) y (2-8) se pueden expresar como:

$$X = F_x(u, v, \dot{u}, \dot{v}, \psi, \dot{\psi})$$

$$Y = F_y(u, v, \dot{u}, \dot{v}, \dot{\psi}, \ddot{\psi}) \quad (2-9)$$

$$N = F_\psi(u, v, \dot{u}, \dot{v}, \dot{\psi}, \ddot{\psi})$$

Las expresiones funcionales mostradas en (2-9) se tienen que reducir a una forma matemática para poder obtener un índice numérico de la estabilidad del buque. Para ello, se puede aplicar el desarrollo en serie de Taylor para una función con múltiples variables. La expansión de Taylor de una función indica que si la función de la variable x , y todas sus derivadas son continuas a un valor particular de x , por ejemplo x_1 , entonces el valor de la función en un valor de x no muy lejano a x_1 se podrá expresar como:

$$f(x) = f(x_1) + \delta x \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x_1} + \frac{\delta x^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \right|_{x_1} + \frac{\delta x^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} \right|_{x_1} + \dots + \frac{\delta x^n}{n!} \left. \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \right|_{x_1} \quad (2-10.1)$$

donde,

$f(x)$ es el valor de la función en un punto x cercano a x_1 .

$f(x_1)$ es el valor de la función cuando $x = x_1$.

$\delta x = x - x_1$ es la variable incremental.

Si el cambio en la variable δx es lo suficientemente pequeño, los términos de derivadas de mayor orden de la ecuación (2-10.1) se pueden despreciar, por lo tanto, se obtiene una ecuación reducida a:

$$f(x) = f(x_1) + \delta x \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x_1} \quad (2-10.2)$$

En el caso de dos funciones con dos variables x e y , la ecuación se reduce a la suma de tres términos lineales:

$$f(x, y) = f(x_1, y_1) + \delta x \left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{x_1, y_1} + \delta y \left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right|_{x_1, y_1} \quad (2-10.3)$$

donde,

$$\delta x = x - x_1.$$

$$\delta y = y - y_1.$$

La utilización de este método de alineación es compatible con el estudio de la estabilidad del buque. De hecho, la estabilidad de un buque determina si una perturbación muy pequeña respecto a la posición de equilibrio inicial se incrementará o decrecerá a medida que pase el tiempo.

Por semejanza a la última ecuación presentada (2-10.3), se puede alinear la componente de fuerza Y :

$$Y = F_y(u_1, v_1, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{\psi}_1, \ddot{\psi}_1) + (u - u_1) \frac{\partial Y}{\partial u} \Big|_{u_1, v_1, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{\psi}_1, \ddot{\psi}_1} + \dots$$

$$\dots + (v - v_1) \frac{\partial Y}{\partial v} \Big|_{u_1, v_1, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{\psi}_1, \ddot{\psi}_1} + \dots + (\ddot{\psi} - \ddot{\psi}_1) \frac{\partial Y}{\partial \ddot{\psi}} \Big|_{u_1, v_1, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{\psi}_1, \ddot{\psi}_1} \quad (2-11)$$

En este caso, el subíndice 1 representa los valores de las variables en la condición inicial de equilibrio y todas las derivadas parciales son evaluadas en la esa condición. Debido a que cuando se evalúa la estabilidad de un buque en condición inicial se entiende que éste avanza en línea recta y a velocidad constante, se determina que $\dot{u}_1 = \dot{v}_1 = \dot{\psi}_1 = \ddot{\psi}_1 = 0$.

Además, como la mayoría de los buques son simétricos sobre su eje longitudinal, cuando el buque se mueve en línea recta y con un ángulo de ataque² cero, es decir, no sufre perturbaciones debidas al viento, se puede asumir que v_1 también se puede aproximar a cero. Debido a esta simetría, como un cambio en la velocidad o aceleración en línea recta no produciría fuerzas transversales en el buque con formas simétricas longitudinalmente, se anulan las componentes:

$$\partial Y / \partial u = \partial Y / \partial \dot{u} = 0 \quad \text{y} \quad \partial N / \partial u = \partial N / \partial \dot{u} = 0$$

Por último, cuando un buque se encuentra en condición de equilibrio en línea recta no puede haber una fuerza Y actuando, por lo tanto, $F_y(u_1, v_1, \dot{u}_1, \dot{v}_1, \dot{\psi}_1, \ddot{\psi}_1)$ también se anula.

La variable u_1 no tiene valor cero, pero es igual a la velocidad resultante en la condición de equilibrio. Con todas estas simplificaciones, la ecuación (2-11) se reduce a:

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \frac{\partial Y}{\partial \dot{\psi}} \dot{\psi} + \frac{\partial Y}{\partial \ddot{\psi}} \ddot{\psi} \quad (2-12.1)$$

De la misma forma, la fuerza X y el momento N resultan:

$$X = \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial X}{\partial u} \delta u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \frac{\partial X}{\partial \dot{\psi}} \dot{\psi} + \frac{\partial X}{\partial \ddot{\psi}} \ddot{\psi} \quad (2-12.2)$$

² El ángulo de ataque es el ángulo entre la línea de la cuerda de un perfil aerodinámico y el vector que representa el movimiento relativo de dicho perfil y el aire (en sentido contrario) a través del cual se está moviendo.

$$N = \frac{\delta N}{\partial v} v + \frac{\partial N}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \frac{\partial N}{\partial \dot{\psi}} \dot{\psi} + \frac{\partial N}{\partial \ddot{\psi}} \ddot{\psi} \quad (2-12.3)$$

De nuevo, gracias a la simetría del buque en el plano longitudinal se obtiene que $\partial X / \partial v = \partial X / \partial \dot{v} = \partial X / \partial \dot{\psi} = \partial X / \partial \ddot{\psi} = 0$, por lo que la ecuación (2-12.2) se reduce a:

$$X = \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial X}{\partial u} (u - u_1) \quad (2-12.4)$$

Debido a que la proa y la popa muestran formas distintas, es decir, no hay simetría en el plano yz, las derivadas cruzadas Y_r , $Y_{\dot{r}}$, N_v y $N_{\dot{v}}$ tienen valores distintos de cero.

Se empleará la notación de la *Society Of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)* para expresar las derivadas hidrodinámicas.

$$\begin{aligned} X_u &= \frac{\partial X}{\partial u} & X_{\dot{u}} &= \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} & Y_v &= \frac{\partial Y}{\partial v} & Y_{\dot{v}} &= \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} \\ Y_r &= \frac{\partial Y}{\partial r} & Y_{\dot{r}} &= \frac{\partial Y}{\partial \dot{r}} & N_v &= \frac{\partial N}{\partial v} & N_{\dot{v}} &= \frac{\partial N}{\partial \dot{v}} \\ N_r &= \frac{\partial N}{\partial r} & I_z &= \frac{\partial I}{\partial z} & N_{\dot{r}} &= \frac{\partial N}{\partial \dot{r}} & N_{\delta} &= \frac{\partial N}{\partial \delta} \end{aligned}$$

Además, debido a la restricción de movimientos en el plano horizontal se observa que $\dot{\psi} \equiv r$ y $\ddot{\psi} \equiv \dot{r}$. Utilizando la notación mencionada anteriormente y sustituyendo el grupo de ecuaciones (2-12) en el grupo de ecuaciones (2-8) resulta que respecto al sistema de coordenadas solidario con el buque, las ecuaciones de movimiento de éste en el plano horizontal son las siguientes:

Ecuaciones de la velocidad:

$$m(\dot{u} - v\dot{\psi} - x_G\dot{\psi}^2) = X_{\dot{u}}\dot{u} + X_u(u - u_1) \quad (2-13)$$

Ecuaciones de gobierno:

$$m(\dot{v} + u\dot{\psi} + x_G\ddot{\psi}) = Y_v v + Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_r r + Y_{\dot{r}} \dot{r} \quad (2-14)$$

$$I_z \ddot{\psi} + m x_G (u\dot{\psi} + \dot{v}) = N_v v + N_{\dot{v}} \dot{v} + N_r r + N_{\dot{r}} \dot{r} \quad (2-15)$$

Como se detalla en (Thor I., 1995), se considera que la velocidad de desplazamiento lateral v , el ángulo del timón δ y la velocidad angular de guiñada r presentan valores muy pequeños en un escenario de movimientos en el plano horizontal con pequeñas perturbaciones. Además, en (S. & Franz S., 2003) también, se indica que debido a que la aceleración de una partícula en un fluido guarda una

relación lineal con la presión o la fuerza, no se consideran los términos de aceleración no lineales y se puede despreciar la componente $mx_G\dot{\psi}^2$.

De este modo, se puede independizar la ecuación (2-13) de las ecuaciones (2-14) y (2-15). La primera ecuación es la que relaciona el impulso del propulsor con la velocidad del buque y, aunque esta relación no es lineal, en el estudio del gobierno del buque por modelos lineales se supone que su velocidad se mantiene constante y únicamente se consideran las ecuaciones de gobierno.

De manera similar, se asume que las velocidades nominales v_1 y r_1 son cero. En consecuencia:

$$\begin{aligned} u &= u_1 + \Delta u \\ v &= \Delta v \\ r &= \Delta r \\ X &= X_1 + \Delta X \\ Y &= \Delta Y \\ N &= \Delta N \end{aligned} \tag{2-16}$$

donde,

$\Delta u, \Delta v$ y Δr son pequeñas perturbaciones respecto a los valores nominales de u_1, v_1 y r_1 .

$\Delta X, \Delta Y$ y ΔN son pequeñas perturbaciones respecto a los valores nominales de X_1, Y_1 y N_1 .

Finalmente, las ecuaciones no lineales de movimiento se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} m\Delta\dot{u} &= X_1 + \Delta X \\ m(\Delta\dot{v} + u_1\Delta r + x_G\Delta\dot{r}) &= \Delta Y \\ I_z\Delta\dot{r} + mx_G(\Delta\dot{v} + u_1\Delta r) &= \Delta N \end{aligned} \tag{2-17}$$

Obteniendo:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -X_u(u - u_1) + (m - X_{\dot{u}})\dot{u} = 0 \\ \text{b)} \quad & -Y_v v + (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (Y_r - mu_1)r - (Y_{\dot{r}} - mx_G)\dot{r} = 0 \\ \text{c)} \quad & -N_v v - (N_{\dot{v}} - mx_G)\dot{v} - (N_r - mx_G u_1)r + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} = 0 \end{aligned} \tag{2-18}$$

donde,

X es la fuerza exterior total ejercida en la dirección x del buque.

Y es la fuerza exterior total ejercida en la dirección y del buque.

N es el momento total sobre el eje z del buque.

I_z es el momento de inercia respecto al eje z .

m es la masa del buque.

x_G es la distancia desde la línea de flotación hasta el centro de gravedad del buque

$r = \dot{\psi}$ es la velocidad angular de *yawing*.

En el grupo de ecuaciones (2-18), las ecuaciones a) y b) tienen unidades de fuerza, mientras que la ecuación c) tiene unidades de momento. Por este motivo, es conveniente eliminar las unidades de las ecuaciones mediante una substitución adecuada de variables, a este proceso se le llama adimensionalización (Edward V., 1989). En él, las ecuaciones de fuerza se dividen por $(\rho/2)L^2U^2$ ³ y las ecuaciones de momentos por $(\rho/2)L^3U^2$ donde,

ρ es la densidad del agua de mar.

L es la longitud del buque, es decir, la eslora (LOA)

U es la velocidad operativa del buque.

Aplicando el proceso mencionado anteriormente, las variables adimensionalizadas quedan de la siguiente forma:

$$a) \quad m' = \frac{m}{\rho/2 L^2}$$

$$b) \quad v' = \frac{v}{U}$$

$$c) \quad \dot{v}' = \frac{\dot{v}L}{U^2}$$

$$d) \quad I'_z = \frac{I_z}{\rho/2 L^5}$$

$$e) \quad r' = \frac{rL}{U}$$

$$f) \quad \dot{r}' = \frac{\dot{r}L^2}{U^2}$$

$$g) \quad Y'_v = \frac{Y_v}{\rho/2 L^5 U^2}$$

$$h) \quad Y'_r = \frac{Y_r}{\rho/2 L^3 U}$$

$$i) \quad Y'_{\dot{v}} = \frac{Y_{\dot{v}}}{\rho/2 L^3 U}$$

$$j) \quad Y'_{\dot{r}} = \frac{Y_{\dot{r}}}{\rho/2 L^4 U}$$

³ En el capítulo V del *Principles of Naval Architecture. Volume III*, la representación de la variable que hace referencia a la velocidad del buque es V , pero en este proyecto a esta variable la representaremos con la letra U .

$$\begin{aligned}
 \text{k)} \quad N'_v &= \frac{N_v}{\rho/2L^3U} \\
 \text{l)} \quad N'_r &= \frac{N_r}{\rho/2L^4U} \\
 \text{m)} \quad N'_{\dot{v}} &= \frac{N_{\dot{v}}}{\rho/2L^4U} \\
 \text{n)} \quad N'_{\dot{r}} &= \frac{N_{\dot{r}}}{\rho/2L^5}
 \end{aligned} \tag{2-19}$$

A partir de esta adimensionalización y despreciando la componente X , ya que $\frac{u_1}{U} \approx 1$ y que la velocidad en condición de equilibrio es constante, como se ha mencionado anteriormente, las ecuaciones (2-18) resultan:

$$\begin{aligned}
 -Y'_v v' + (m' - Y'_{\dot{v}}) \dot{v}' - (Y'_r - m') r' - (Y'_{\dot{r}} - m' x'_G) \dot{r}' &= 0 \\
 -N'_v v' - (N'_{\dot{v}} - m' x'_G) \dot{v}' - (N'_r - m' x'_G) r' + (I'_z - N'_{\dot{r}}) \dot{r}' &= 0
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

Si se comparan estas últimas ecuaciones con las (2-18), se puede observar que se diferencian porque la variable u_1 desaparece debido a que $\frac{u_1}{U} \approx 1$ en un escenario donde las perturbaciones son pequeñas. No obstante, otra diferencia es la notación de las variables con el índice “prima” (').

Las ecuaciones (2-20) son válidas siempre que el ángulo del timón se mantenga a cero grados en la línea central del buque. En el caso que se quieran describir movimientos del buque con los controles de funcionamiento, las ecuaciones (2-18) y (2-20) deben incluir términos que expresen las fuerzas de control y los momentos creados por el ángulo de deflexión del timón como funciones que dependan del tiempo. La componente y, alineada, de la fuerza creada por la deflexión del timón actuando en el centro de gravedad del buque es $Y_\delta \delta$ y la componente alineada del momento creado para la deflexión del timón sobre el eje z del buque es $N_\delta \delta$.

En un escenario con pequeñas perturbaciones, únicamente son admisibles pequeñas variaciones del ángulo de deflexión del timón, por lo tanto, las derivadas Y'_v, N'_v, Y'_r i N'_r se evalúan para $\delta = 0$ y se asumen invariables para otros valores admisibles de δ .

Con el supuesto que para la mayoría de los buques $Y'_r \approx 0$ y $N'_{\dot{v}} \approx 0$, incluyendo el efecto de los momentos y la fuerza del timón, en las ecuaciones (2-20) resultan (Edward V., 1989):

$$\begin{aligned}
 m'_y \dot{v}' - Y'_v v' - (Y'_r - m') r' - (Y'_{\dot{r}} - m' x'_G) \dot{r}' &= Y'_\delta \delta \\
 n'_z \dot{r}' - N'_v v' - (N'_r - m' x'_G) r' - (N'_{\dot{v}} - m' x'_G) \dot{v}' &= N'_\delta \delta
 \end{aligned} \tag{2-21}$$

donde,

$$\begin{aligned}n'_z &= I'_z - N'_r \cong 2I_z \\m'_y &= m' - Y'_v \cong 2m' \\N'_\delta &= -\frac{1}{2}Y'_\delta\end{aligned}$$

En resumen:

$$\text{a) } -Y'_v v' + (m' - Y'_v) \dot{v}' - (Y'_r - m') r' - (Y'_r - m' x'_G) \dot{r}' = Y'_\delta \delta \quad (2-22)$$

$$\text{b) } -N'_v v' - (N'_v - m' x'_G) \dot{v}' - (N'_r - m' x'_G) r' + (I'_z - N'_r) \dot{r}' = N'_\delta \delta$$

En el caso particular en el que el origen de los ejes de coordenadas coincide con el centro de gravedad del buque ($x_G = 0$), la ecuación (2-22) se reduce a:

$$\text{a) } -Y'_v v' + (m' - Y'_v) \dot{v}' - (Y'_r - m') r' - Y'_r \dot{r}' = Y'_\delta \delta \quad (2-23)$$

$$\text{b) } (I'_z - N'_r) \dot{r}' - N'_v v' - N'_r r' - N'_v \dot{v}' = N'_\delta \delta$$

Las fuerzas y los momentos de estas ecuaciones están formadas por cuatro tipos de fuerzas que actúan sobre un buque cuando está maniobrando:

- Fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre el casco y los apéndices⁴ del buque a causa de su velocidad y aceleración, el ángulo de deflexión del timón y la rotación del propulsor.
- Fuerzas de reacción inerciales debidas a la aceleración del buque.
- Fuerzas ambientales generadas por el viento y las olas.
- Fuerzas externas como los propulsores.

2.2.3. Ecuaciones de dinámica del buque

Cuando un conjunto de ecuaciones diferenciales es complejo o de orden elevado, resulta complicado trabajar con él. Por este motivo, es conveniente convertirlo en un sistema de ecuaciones de estado o en funciones de transferencia, ya que son descripciones más sencillas de gestionar y facilitan el diseño del sistema de control.

El estado de un sistema dinámico es el mínimo conjunto de variables, las cuales se denominan variables de estado, de manera que conociendo el valor de estas variables en $t = t_0$, y el valor de la

⁴ Se pueden describir como apéndices de un buque el timón, los arbotantes, el eje de cola, los dispositivos de sonar situados fuera de la superficie del casco, etc.

entrada para $t \geq t_0$, se puede determinar completamente el comportamiento del sistema dinámico para cualquier $t \geq t_0$. El análisis en el espacio de estados se focaliza en los tres tipos de variables que aparecen en el modelado de los sistemas dinámicos: las variables de entrada, las variables de salida y las variables de estado (Katsuhiko, 2007).

Principalmente, un sistema dinámico debe contener los elementos que recuerden los valores de la entrada para valores de $t \geq t_1$. Dado que los integradores de un sistema de control en tiempo continuo sirven como dispositivos de memoria, las salidas de estos integradores se pueden considerar como las variables de estado que describen el estado interno del sistema dinámico. El número de variables de estado, que definen completamente la dinámica del sistema, es igual al número de integradores que aparezcan en él.

Dado un sistema de ecuaciones con múltiples entradas y múltiples salidas con n integradores; si se supone que hay r entradas $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ y m salidas $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$, por lo tanto, se definen las n salidas de los integradores como variables de estado: $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$.

Si se expresa el sistema de ecuaciones como:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x, u, t) \\ y(t) &= g(x, u, t)\end{aligned}\tag{2-24}$$

donde la primera ecuación representa la ecuación de estado y la segunda, la ecuación de salida y, posteriormente, se alinean éstas alrededor del estado de operación, se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t)\end{aligned}\tag{2-25}$$

donde,

$A(t)$ recibe el nombre de matriz de estado.

$B(t)$, se le denomina matriz de entrada.

$C(t)$, representa la matriz de salida.

$D(t)$, es la matriz de transmisión directa.

Si las funciones f y g mencionadas anteriormente no tienen en cuenta el tiempo t explícitamente, el sistema se denomina sistema invariante con el tiempo y, en ese caso, las ecuaciones se simplifican a:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{2-26}$$

Por ello, para poder utilizar en la simulación las ecuaciones (2-22) y (2-23), es necesario desarrollar sus matrices de estado.

En primer lugar, se debe identificar cuáles son las variables de estado. Se recuerda que una variable es una variable de estado si es necesario conocer su valor inicial para caracterizar la evolución del sistema.

En el caso de este proyecto de fin de grado, las variables de estado son v, r, \dot{v}, \dot{r} .

Como los sistemas aplicados son lineales, se puede utilizar la notación matricial para representar los sistemas de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{2-27}$$

Para poder convertir las ecuaciones (2-22) y (2-23) en una forma que permita utilizarlas en la simulación, es necesario desarrollar las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}\text{a) } [M] \dot{x} &= [H] x + [R] u \\ \text{b) } \dot{x} &= [M]^{-1}[H] x + [M]^{-1}[R] u\end{aligned}\tag{2-28}$$

Identificando los términos de cada una de las matrices, se obtiene para la ecuación (2-22):

$$\begin{aligned}\text{a) } [M] &= \begin{bmatrix} (m' - Y'_v) & (m'x'_g - Y'_r) \\ (m'x'_g - N'_v) & (I'_z - N'_r) \end{bmatrix} \\ \text{b) } [H] &= \begin{bmatrix} Y'_v & (Y'_r - m') \\ N'_v & (N'_r - m'x'_g) \end{bmatrix} \\ \text{c) } [R] &= \begin{bmatrix} Y'_\delta \\ N'_\delta \end{bmatrix} \\ \text{d) } x &= [v' \ r']^T \\ \text{e) } \dot{x} &= [\dot{v}' \ \dot{r}']^T \\ \text{f) } u &= \delta\end{aligned}\tag{2-29}$$

A partir de las matrices anteriores, se generan las matrices de estados y de entrada como:

$$\begin{aligned}\text{a) } A &= [M]^{-1}[H] \\ \text{b) } B &= [M]^{-1}[R]\end{aligned}\tag{2-30}$$

La salida del sistema es

$$y(t) = Cx(t)$$

donde $x = \begin{bmatrix} v' \\ r' \end{bmatrix}$.

Por lo tanto, para una matriz de salida $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ se obtiene que $y = [v' \quad r']$.

2.2.4. Derivadas hidrodinámicas

Una de las suposiciones que se hacen con el uso de las ecuaciones lineales de movimiento es que los efectos interferentes del casco del buque en sus apéndices y el timón son despreciables.

En el capítulo 9 del *Principles of Naval Architecture* (Edward V., 1989) puede encontrarse la introducción al desarrollo teórico de los coeficientes hidrodinámicos para medir las fuerzas y los momentos. Las ecuaciones resultantes son las siguientes:

- a) $Y'_v = (Y'_v)_h + (Y'_v)_f$
- b) $Y'_r = -\frac{1}{2}(Y'_v)_f$
- c) $Y'_\dot{v} = (Y'_\dot{v})_h + (Y'_\dot{v})_f$
- d) $Y'_{\dot{r}} = 0 - \frac{1}{2}(Y'_\dot{v})_f$
- e) $N'_v = (N'_v)_h - \frac{1}{2}(Y'_v)_f$
- f) $N'_r = (N'_r)_h + \frac{1}{4}(Y'_v)_f$
- g) $N'_{\dot{r}} = (N'_{\dot{r}})_h + \frac{1}{4}(Y'_\dot{v})_f$
- h) $N'_\dot{v} = 0 - \frac{1}{2}(Y'_\dot{v})_f$
- i) $Y'_\delta = (Y'_v)_f$
- j) $N'_\delta = -\frac{1}{2}(Y'_v)_f$ (2-31)

donde: $(\)_h$ denota la contribución del casco a la variable, y $(\)_f$ denota la suma de contribuciones de los estabilizadores y otros apéndices a la variable como se puede observar en las ecuaciones:

- a) $(Y'_v)_h = -\pi T/L + C_D$
- b) $(Y'_r)_h = -k_1 m' + x_p/L (Y'_v)_h$
- c) $(N'_v)_h = -(m'_2 - k_1 m') + x_p/L (Y'_v)_h$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad (N'_r)_h &= -m'_z \bar{x}/L + (x_0/L)^2 (Y'_v)_h \\
 \text{e)} \quad (Y'_v)_h &= -m'_2 \\
 \text{f)} \quad (N'_r)_h &= -k' \frac{\pi}{L^3 T^2} \int_{proa}^{popa} C_s d^2 x^2 dx \\
 \text{g)} \quad (Y'_v)_f &= -2A'_f \left(\frac{\pi}{1+2/a} \right) = -\frac{\pi h_f^2}{LT} \\
 \text{h)} \quad (Y'_v)_f &= -\frac{4\pi A'_f h_f'}{(a^2+1)^{1/2}}
 \end{aligned} \tag{2-32}$$

con,

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad m' &= \frac{m}{\frac{\rho}{2} L^2 T} \\
 \text{b)} \quad m'_2 &= \frac{m_2}{\frac{\rho}{2} L^2 T} = k_2 \frac{\pi}{LT^2} \int_{proa}^{popa} C_s d^2 dx \\
 \text{c)} \quad m'_z &= \left(\frac{k'}{k_2} \right) m'_2 \\
 \text{d)} \quad \bar{x} &= \frac{\int_{proa}^{popa} C_s d^2 x dx}{\int_{proa}^{popa} C_s d^2 dx} \\
 \text{e)} \quad A'_f &= \frac{A_f}{LT}
 \end{aligned} \tag{2-33}$$

Para el cálculo de las variables k_1 , k_2 y k' y del C_s , se aplican las fórmulas que se extrajeron de forma empírica según (D.N., 1987):

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad k_1 &= 0.3 x \frac{2T}{L} \\
 \text{b)} \quad k_2 &= 1 - 0.5 x \frac{2T}{L} \\
 \text{c)} \quad k' &= 1 - 1.333 x \frac{2T}{L} \\
 \text{d)} \quad C_0 &= 0.8572 + 0.5330 x \frac{4d}{b} \\
 \text{e)} \quad C_1 &= 3.374 - 1.3661 x \frac{4d}{b} \\
 \text{f)} \quad C_2 &= -1.7323 + 0.8670 x \frac{4d}{b} \\
 \text{g)} \quad C_s &= C_0 + C_1 \left(\frac{sa}{bd} \right) + C_2 \left(\frac{sa}{bd} \right)^2
 \end{aligned} \tag{2-34}$$

donde,

T es la distancia entre la superficie del agua y el punto más bajo del buque, es decir, el calado.

L es la longitud del buque desde proa hasta popa, conocido como la eslora.

d es el calado de la sección considerada.

b es la manda del buque desde la línea de flotación hasta la sección considerada.

C_D es el coeficiente de arrastre del buque, se utiliza para cuantificar el arrastre o resistencia de un objeto, en este caso el buque, en un medio fluido.

C_s es el coeficiente de inercia seccional en dos dimensiones.

s_a es la sección del área de la parte considerada.

$x_0/L = 1/2$ del coeficiente prismático (C_p).

A_f es el área del perfil del apéndice.

k_1 es el coeficiente longitudinal de adhesión a la inercia.

k_2 es el coeficiente lateral de adhesión a la inercia.

x_p representa la distancia des de la línea central del buque a un punto de aplicación de la fuerza del fluido.

$a = \frac{h^2}{A_f}$, donde h es la altura del apéndice, indica la relación de aspectos del apéndice o aleta.

2.2.5. Ecuaciones de giro

La función de la máquina de giro del timón consiste en mover la pala del timón para que el buque consiga alcanzar el rumbo deseado y se mantenga constante, de forma que, posteriormente, la pala deberá volver a su posición inicial. En el caso de que la pala del timón no volviera su posición inicial y se mantuviera girada con un ángulo constante, el buque reaccionaría girando sobre sí mismo. Para cumplir con el objetivo, este subsistema cuenta con:

- **Bloque de saturación angular:** representa los límites físicos del timón. El movimiento de la superficie de control está restringida a moverse con ciertos valores máximos de los ángulos (δ_{emax}). Los valores típicos de estos ángulos son $-30^\circ \leq \delta_{emax} \leq 30^\circ$.
- **Bloque de limitación de la derivada angular:** la velocidad está limitada por un valor máximo ($\dot{\delta}_{max}$). Los valores típicos de la velocidad máxima oscilan entre $-7^\circ/seg \leq \dot{\delta}_{max} \leq 7^\circ/seg$.

La ganancia del sistema se define como:

$$K_g = \frac{\dot{\delta}_m}{\delta_{emax}} \quad (2-35)$$

donde,

$\dot{\delta}_m$ es la velocidad máxima del timón.

δ_{emax} es el error máximo de entrada

Convirtiendo la ecuación anterior al modelo adimensional, se obtiene:

$$K'_g = \frac{K_g L}{U} \quad (2-36)$$

2.2.6. Ecuaciones de propulsión del buque

La dinámica de propulsión de un buque es un sistema complejo y no lineal con múltiples retroalimentaciones internas. El comportamiento del buque depende de las capacidades y las limitaciones de la planta del propulsor.

Por simplicidad, se puede describir el movimiento de un buque con propulsión a lo largo de su eje longitudinal utilizando las siguientes ecuaciones basadas en motores de turbinas de gas, como se presenta en las referencias (Karlsen, 2012) y (Van, 2012):

$$\begin{aligned} \text{a) } (m_s + m_a)\dot{V} &= T_p - R_s \\ \text{b) } \dot{N} &= \frac{1}{2\pi I}(Q_t - Q_f - Q_p) \end{aligned} \quad (2-37)$$

donde,

V es la velocidad del buque en pies (*feet*) por segundo.

N es la velocidad de giro del propulsor de las hélices en rotaciones por segundo.

m_s es la masa del buque en libras.

m_a es la masa añadida debida a la fuerza hidrodinámica de la aceleración del buque en el agua. Se aproxima al 25% de la masa del buque

t_d coeficiente de deducción del impulso

T_p es el empuje de las hélices en libras de fuerza (lb_f)

R_s es la resistencia del buque en lb_f

I es el momento de inercia del conjunto de transmisión en referencia al propulsor de las hélices.

Q_t es el par motor disponible en el propulsor de las hélices en feet lb_f

Q_f son las pérdidas del par de fricción en feet lb_f

Q_p son las pérdidas del par motor del propulsor en feet lb_f

Impulso o fuerza de propulsión de las hélices

El impulso es una medida de la fuerza que realizan las hélices del buque en la dirección del eje. Matemáticamente, tal y como se muestra en la referencia (Karlsen, 2012), se pueden expresar como:

$$T_p = k_T \rho D_p^4 N_p^2 \quad (2-38)$$

donde,

k_T es el coeficiente de impulso y depende del diseño concreto del propulsor aplicado entre otras variables.

ρ es la densidad del agua de mar en *slug* por pies cúbicos.

D es el diámetro de la hélice en *feet*.

Momento de inercia del conjunto de transmisión

El momento de inercia incluye las contribuciones de todos los componentes del conjunto de transmisión referidos al eje de la hélice o árbol de transmisión del buque. Para el modelo bajo estudio, el momento de inercia se aproxima a este valor:

$$I = 2 \times 10^5 \text{ lbft}^2 \quad (2-39)$$

Par motor

El par motor disponible en el eje de las hélices proporcionado en la documentación del buque (D., 1993) incluye el efecto de reducción de los engranajes en el tren de potencia. Es una medida de la fuerza de torsión aplicada al eje de transmisión.

Pérdidas del par de torsión por fricción

La fricción a lo largo del conjunto de transmisión de un buque se puede modelar como pérdidas en el par motor generador por producir impulso. En la referencia (Christopher A., 1996), se observa que las pérdidas del par de torsión por fricción se pueden aproximar a:

$$Q_f = 6000 N_p \quad (2-40)$$

Par motor de las hélices

El par motor necesario para hacer rotar las hélices bajo condiciones diversas se mide, normalmente, en pruebas realizadas en mar abierto. Para el buque bajo estudio, éste se puede calcular aplicando la siguiente fórmula:

$$Q_p = K_Q \rho D_p^5 N_p^2 \quad (2-41)$$

donde K_Q es el coeficiente del par motor para el casco del buque objeto del estudio.

2.3. Perturbaciones

Se añade al modelo perturbaciones provocadas por el viento con el objetivo de evaluar el comportamiento del sistema buque bajo diversas condiciones.

2.3.1. Viento

Para desarrollar el efecto del viento sobre el buque, se diseña un modelo similar al que se desarrolla en el modelo de (W.J., 1989).

Cuando el viento incide en una embarcación, no se debe tener únicamente en cuenta la velocidad V_W con la que lo hace, sino que también, se debe tener en consideración su dirección ψ_W , es decir, el ángulo de incidencia que crea con los ejes de coordenadas fijos sobre la superficie del buque y el valor de su rumbo ψ_{SHIP} en ese momento. Por este motivo, a la hora de saber cómo el viento afecta sobre un barco es necesario descomponer su velocidad.

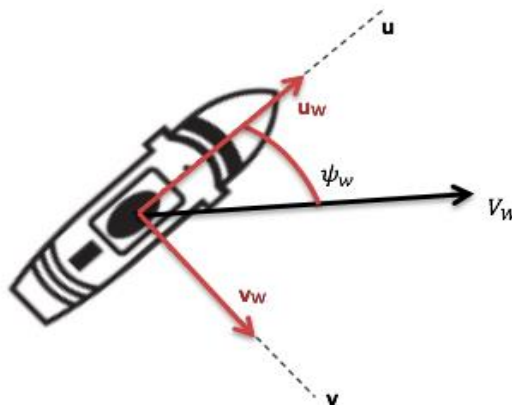


Figura 2-3: Descomposición de la velocidad del viento sobre el buque

El valor de los vectores u_W y v_W pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}u_W &= V_W \cos(\psi_W - \psi_{SHIP}) \\v_W &= V_W \sin(\psi_W - \psi_{SHIP})\end{aligned}\quad (2-42)$$

La descomposición de la velocidad real del viento afecta al movimiento del buque, es decir, las fuerzas y momentos que presenta el buque para unas condiciones de navegación pueden variar si el viento cambia dichas condiciones.

Las fuerzas adimensionalizadas que genera el viento en los ejes X e Y del buque, así como el momento N , también adimensionalizado, se describen como:

$$\begin{aligned}X'_w &= (u_W)^2 C_{WX} \\Y'_w &= (v_W)^2 C_{WY} \\N'_w &= V_W \sin(2(\psi_W - \psi_{SHIP})) C_{WN}\end{aligned}\quad (2-43)$$

donde,

X'_w representa la fuerza del viento en la dirección x .

Y'_w representa la fuerza del viento en la dirección y .

N'_w representa el momento del viento sobre el eje z .

C_{wx} es el coeficiente del viento en la dirección x .

C_{wy} es el coeficiente del viento en la dirección y .

C_{wn} es el momento del viento en la dirección N .

Los coeficientes para cada componente del efecto del viento se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}C_{wx} &= \frac{\rho_a A_f}{7000 \rho_w LBP^2} \\C_{wy} &= \frac{\rho_a A_s}{8000 \rho_w LBP^2} \\C_{wn} &= \frac{\rho_a A_s LOA}{\rho_w LBP^3}\end{aligned}\quad (2-44)$$

donde,

ρ_a representa a la densidad de masa del aire.

ρ_w representa a la densidad de masa del viento.

A_f es el área frontal del buque

A_s es el área lateral del buque, se estima que es diez veces mayor que el área frontal.

LOA (*Length Over All*) es la eslora del buque.

LBP (*Length Between Perpendiculars*) es la eslora entre perpendiculares en la línea de flotación.

3. Análisis del sistema en anillo abierto

En este capítulo se describe la implementación en Matlab/Simulink (R2018b) de los diferentes bloques que forman el sistema y su correspondiente análisis en anillo abierto. Se presentan las pruebas individuales en las que se valida el correcto funcionamiento del modelo Simulink diseñado y aplicado al buque bajo estudio.

Los datos más significativos del modelo del buque que se han utilizado en las simulaciones se presentan en el apéndice A. Los cálculos realizados para la generación de todos los modelos se encuentran en el apéndice C, en un archivo *script m-file* de Matlab.

Dentro de cada apartado se especifica cuáles son las unidades de los valores de entrada y de salida, ya que los cálculos se realizan internamente utilizando las unidades imperiales.

3.1. Máquina del timón

Como se mencionaba en el capítulo anterior, para el diseño de la planta del timón se aplicará el modelo de bajo orden que se ha presentado en el apartado 2.2.5. Inicialmente, la entrada de ángulo demandado se introduce a una función de transferencia de primer orden con ganancia y constante de tiempo iguales a K_{gpri} . Un bloque de saturación delimita el ángulo de deflexión del timón entre -30 y 30 grados. A continuación, aparece el bloque de limitación de la derivada angular que limita la deflexión del timón entre -7 y 7 grados por segundo, dependiendo del valor de la salida del bloque de saturación. La salida de este subsistema, representada con un bloque de salida es el ángulo de deflexión del timón δ .

Sin embargo, como el subsistema trabaja en radianes se realizan las conversiones oportunas para pasar de grados a radianes:

- $-30^\circ \leq \delta_{emax} \leq 30^\circ = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \leq \delta_{emax} \leq \frac{\pi}{6} \text{ rad}$
- $-7^\circ/\text{seg} \leq \dot{\delta}_{emax} \leq 7^\circ/\text{seg} = -\frac{7\pi}{180} \text{ rad/seg} \leq \dot{\delta}_{emax} \leq \frac{7\pi}{180} \text{ rad/seg}$

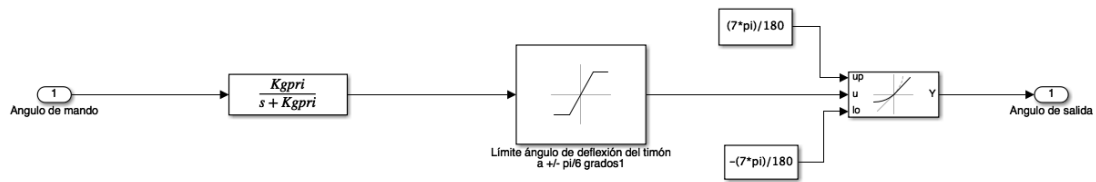


Figura 3-1: Modelo Simulink de la máquina del timón

3.1.1. Análisis mediante simulación

En este apartado se analizan las diferentes simulaciones que muestran el comportamiento de la máquina del timón en función del ángulo de mando.

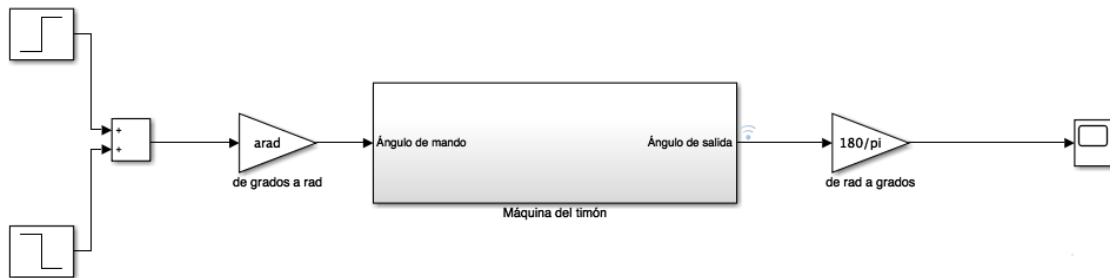


Figura 3-2: Modelo Simulink de la máquina del timón

Se utilizan dos módulos escalón, uno para introducir los diferentes valores de entrada del ángulo de mando y determinar a partir de qué instantes deben actuar. El segundo se utiliza para introducir los valores necesarios para que la pala del timón vuelva a su posición inicial e indicar cuándo debe hacerlo. El valor del ángulo de mando se introduce en grados, pero como se observa en la figura, se añade una ganancia (*arad*) que lo convierte a radianes. También, se añade otra ganancia a la salida del bloque que convierte los radianes en grados para facilitar la visualización de los resultados en unidades del sistema internacional.

A continuación, se muestra el comportamiento de la pala del timón para diferentes valores del ángulo de mando, cuando se le especifica a ésta que empiece su movimiento en $t = 20$ s y que, una vez ejecutado dicho movimiento, la pala no vuelva a su posición inicial, sino que mantenga la que ha

adquirido. De esta manera, en la Figura 3-3, se observa cómo la pala del timón se mantiene inmóvil durante los primeros 20 segundos y, a partir de este valor, se va moviendo hasta que alcanza el ángulo deseado.

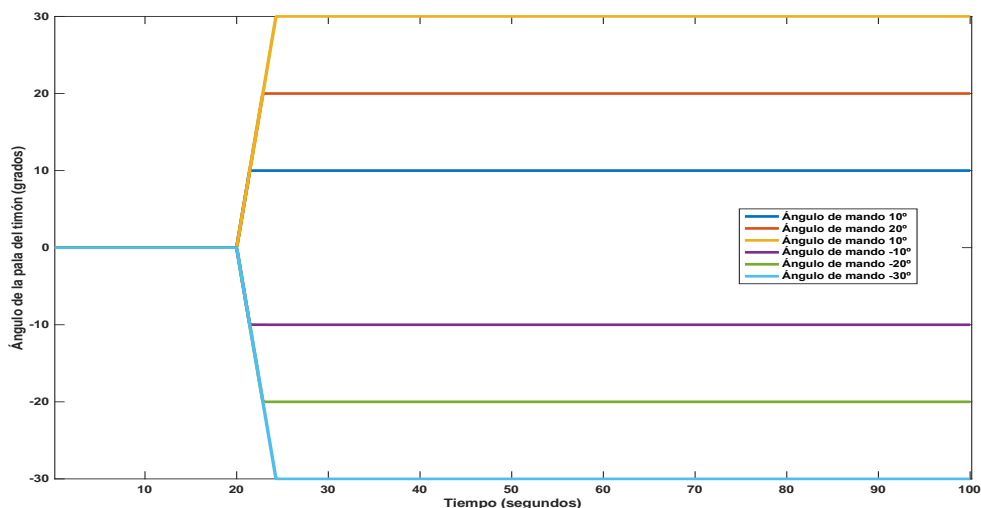


Figura 3-3: Respuesta de la pala del timón manteniendo posición

Tal y como se ha mencionado anteriormente, el subsistema cuenta con un bloque de saturación que limita al ángulo de mando entre -30 y 30 grados. A continuación, se muestra una gráfica que representa la respuesta de la pala del timón cuando el ángulo de mando es de 50 grados:

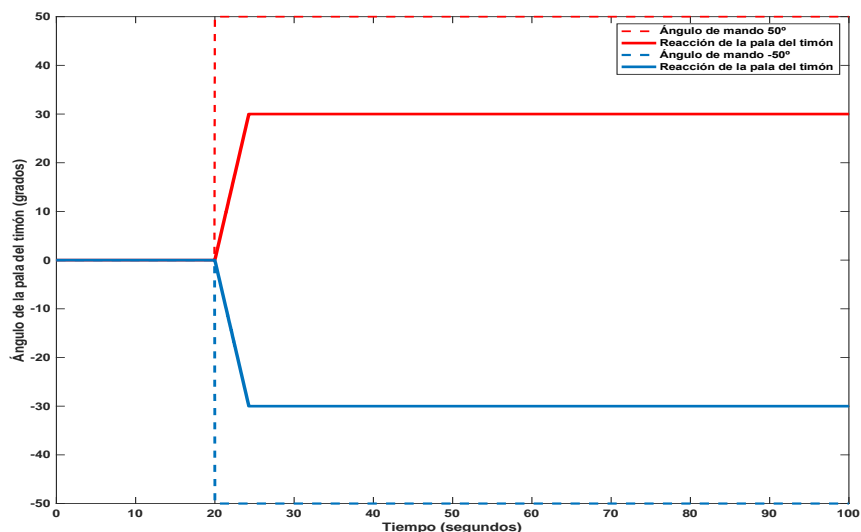


Figura 3-4: Pala del timón limitada

Por otro lado, a la pala del timón se le puede ordenar que alcance un ángulo determinado de rumbo durante un período de tiempo y que posteriormente, vuelva a su posición inicial, tal y como puede apreciarse en la Figura 3-5:

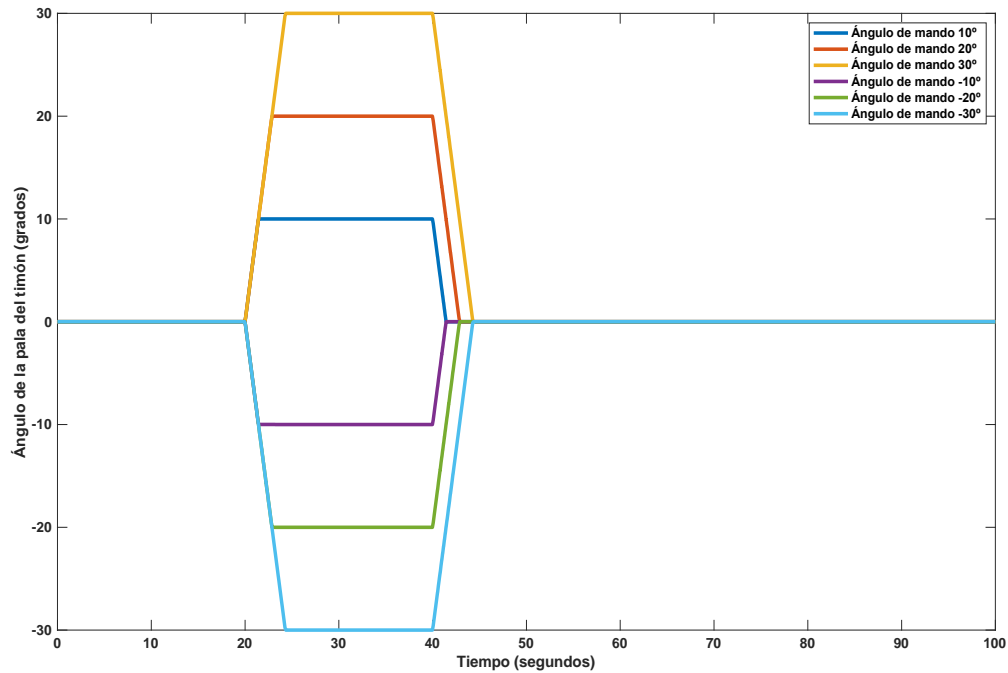


Figura 3-5: Reacción de la pala del timón volviendo a su posición inicial

3.2. Dinámica de giro

Para el modelado de la dinámica del buque mediante un espacio de estados, se utilizan las matrices de estado descritas en el apartado 2.2.3, donde:

la ganancia **A**_{pri} representa la matriz resultante de $[M]^{-1}[H]$.

la ganancia **B**_{pri} representa la matriz resultante de $[M]^{-1}[R]$.

la ganancia **C**_{pri} es la matriz $[C]$ definida en el capítulo anterior.

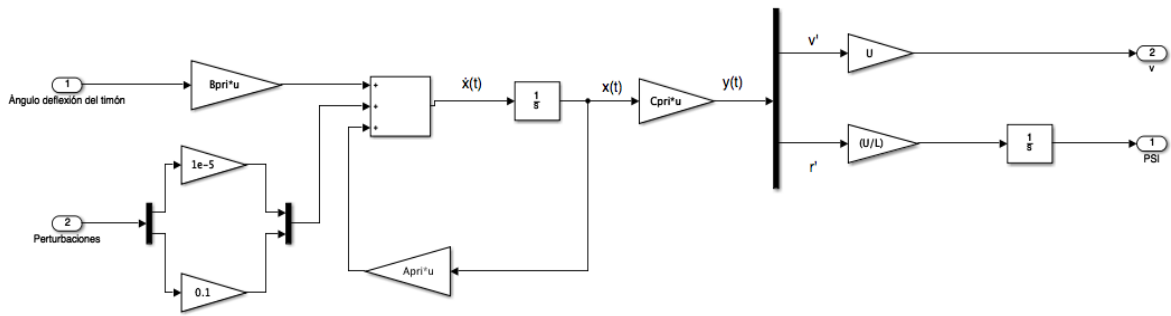


Figura 3-6: Modelo Simulink de la dinámica de giro

Como se observa en la Figura 3-6, al vector salida se le denomina $y(t)$. Este vector contiene las variables adimensionales de v y r , por lo tanto, se introducen dos factores de ganancia para obtener los valores de las variables con unidades, como se presenta en las expresiones (2-19):

$$v' = \frac{v}{U} \quad r' = \frac{rL}{U}$$

Como $r = \dot{\psi}$, se introduce un integrador para poder obtener el ángulo de rumbo (expresado como PSI en la Figura 3-6).

Se puede observar que, a este modelo, también, se le introducen el efecto de las fuerzas debidas a las perturbaciones en las componentes Y/N . El efecto que genera esta entrada en el subsistema se tratará más adelante.

3.2.1. Análisis mediante simulación

Para validar el correcto funcionamiento de la dinámica de giro, se tienen en cuenta dos bloques:

- **Máquina del timón:** se introduce como entrada el ángulo de mando y se obtiene como salida el ángulo de deflexión del timón.
- **Dinámica de giro:** a partir de la salida del bloque anterior, se determinan la velocidad lateral (*sway*) y el ángulo de rumbo del buque.

En este caso, el procedimiento consiste en introducir diferentes valores de ángulo de mando en el primer y segundo módulo escalón, como se ha explicado en el punto anterior. A continuación, la salida del bloque de la máquina del timón se introduce en el bloque de la dinámica de giro y, de esta manera, se obtienen la velocidad lateral del buque (*sway*) y su rumbo, convertidas a unidades del sistema internacional, para los diferentes valores del ángulo de mando.

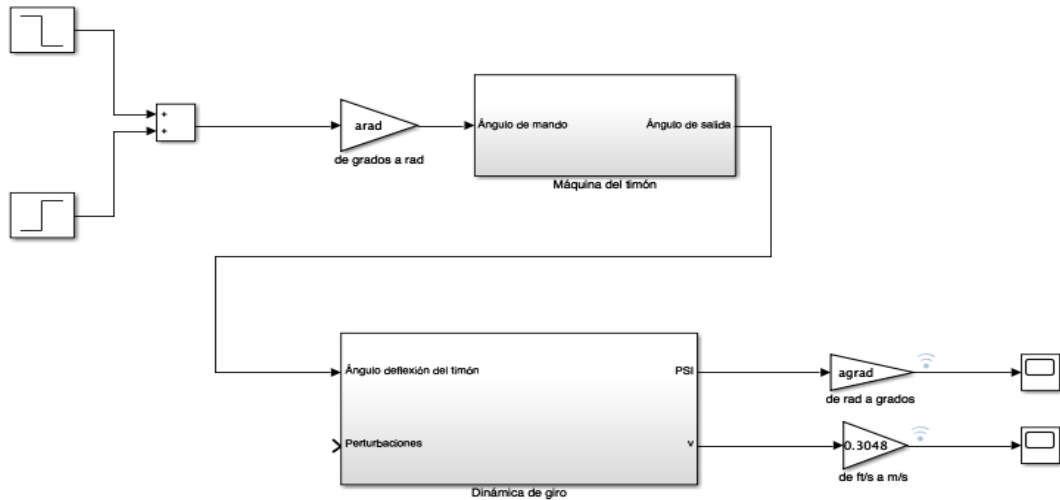


Figura 3-7: Modelo Simulink de la validación de la dinámica de giro

En los bloques de entrada escalón, se determina el instante de inicio del movimiento de la pala del timón y durante cuánto tiempo debe mantenerse en esta posición. La Figura 3-8 muestra a título de ejemplo los resultados obtenidos para la evolución en el transcurso del tiempo del rumbo y de la velocidad lateral del buque, con las siguientes condiciones en la entrada:

- Inicio del movimiento en $t = 20$ s.
- Fin del movimiento en $t = 80$ s.

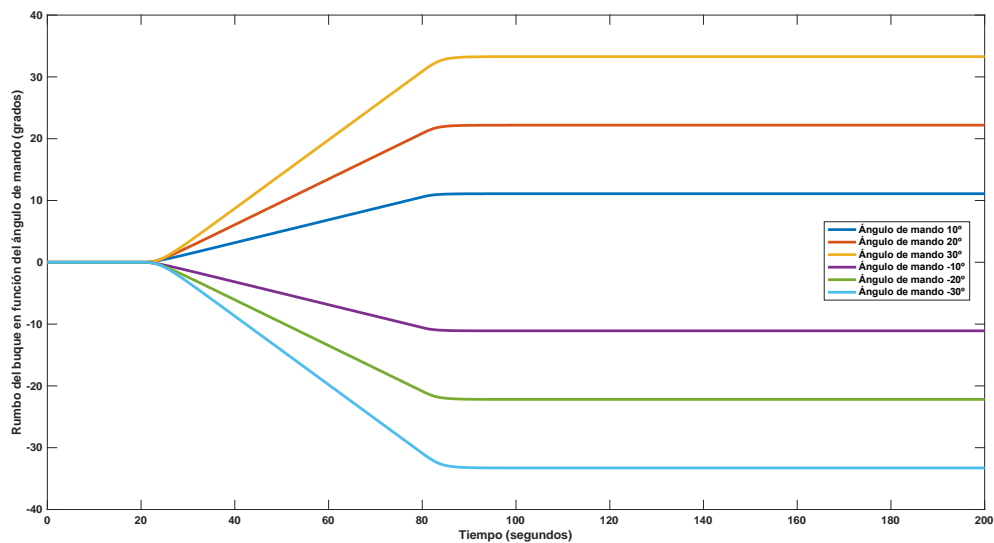


Figura 3-8: Rumbo del buque en función del ángulo de mando

En la Figura 3-8 puede apreciarse que durante un período de 20 segundos el rumbo se mantiene constante a 0° . Transcurrido este tiempo, el rumbo del buque empieza a aumentar hasta que, alrededor de $t = 85$ s, alcanza un ángulo de rumbo constante, cuyo valor depende del ángulo de mando introducido.

Por otro lado, en la Figura 3-9 se representa la evolución temporal de la velocidad lateral dependiendo del ángulo de mando introducido. Las respuestas obtenidas, muestran que en $t = 20$ s la velocidad lateral empieza a aumentar. El hecho de que este aumento sea tan brusco, se debe a las condiciones iniciales que se le han introducido al sistema, ya que se ha indicado que finalice esta operación en $t = 30$ s. Por otro lado, se observa que a partir de $t = 30$ s la velocidad lateral comienza a disminuir hasta que, alrededor de $t = 45$ s, la velocidad alcanza los 0 m/s, es decir, el buque ya ha alcanzado un rumbo constante.

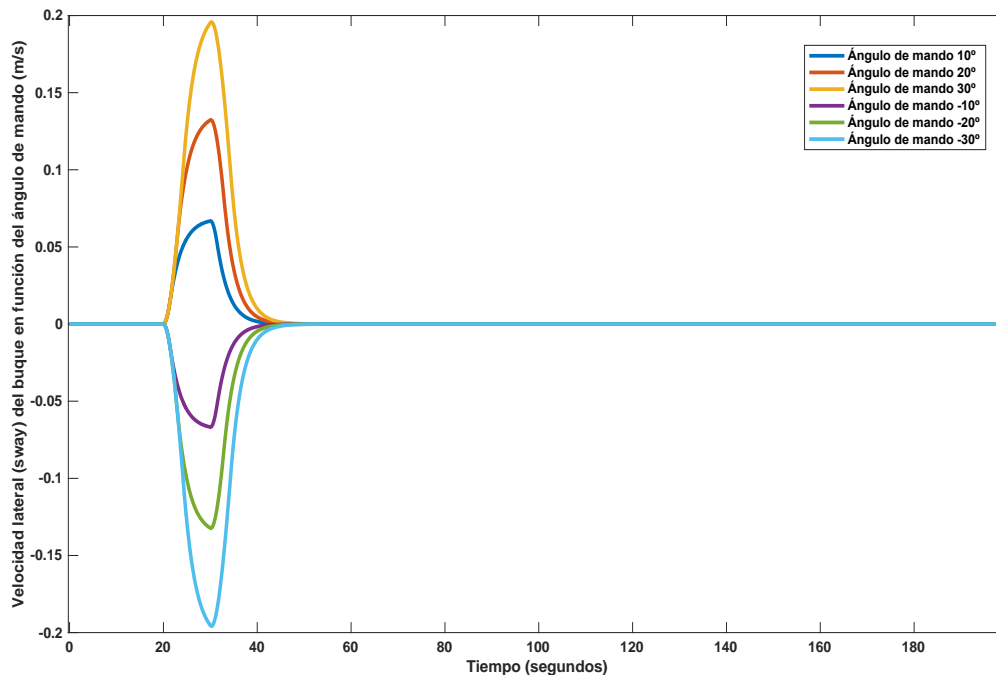


Figura 3-9: Sway del buque en función del ángulo de mando

3.2.2. Sensibilidad a variaciones en la eslora, calado, manga y desplazamiento

A continuación, se realiza un estudio de sensibilidad para analizar cómo afectan cambios en las características del buque (tales como la eslora, calado, manga y desplazamiento de la embarcación) en el comportamiento de la dinámica del buque (velocidad lateral del buque, *sway* y rumbo).

Para todos los casos, se aplican las siguientes condiciones:

- ángulo de entrada 10°
- inicio del movimiento de la pala del timón en $t = 20$ s
- para el efecto en el *sway*, la pala del timón se mantiene constante en la posición que adquiere cuando alcanza el valor del ángulo deseado
- para el efecto en el rumbo, se indica que la pala del timón vuelva a su posición inicial en $t = 30$ s

Variación de la eslora de la embarcación

A partir del valor inicial de la eslora del buque, $L = 124,76$ m (409,32 *feets*), se aumenta en saltos del 10% hasta alcanzar el 150% del valor de la eslora inicial.

La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos para la velocidad lateral y el rumbo del buque para los diferentes valores de esloras. Se puede apreciar que a medida que se aumenta el valor de la eslora, tanto el rumbo como el *sway* van disminuyendo.

| Eslora (metros) | Rumbo (grados) | Sway (m/s) |
|-----------------|----------------|------------|
| $L_{100\%}$ | 11,090 | 0,0685 |
| $L_{110\%}$ | 9,639 | 0,0568 |
| $L_{120\%}$ | 8,582 | 0,0487 |
| $L_{130\%}$ | 7,772 | 0,0427 |
| $L_{140\%}$ | 7,126 | 0,0381 |
| $L_{150\%}$ | 6,595 | 0,0345 |

Tabla 2: Sensibilidad al cambio de eslora

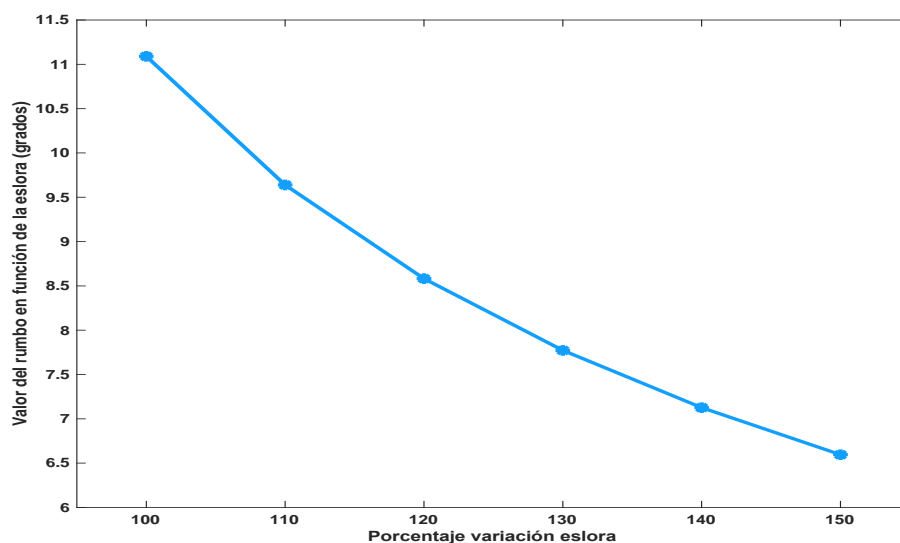


Figura 3-10: Variación del rumbo en función de la eslora

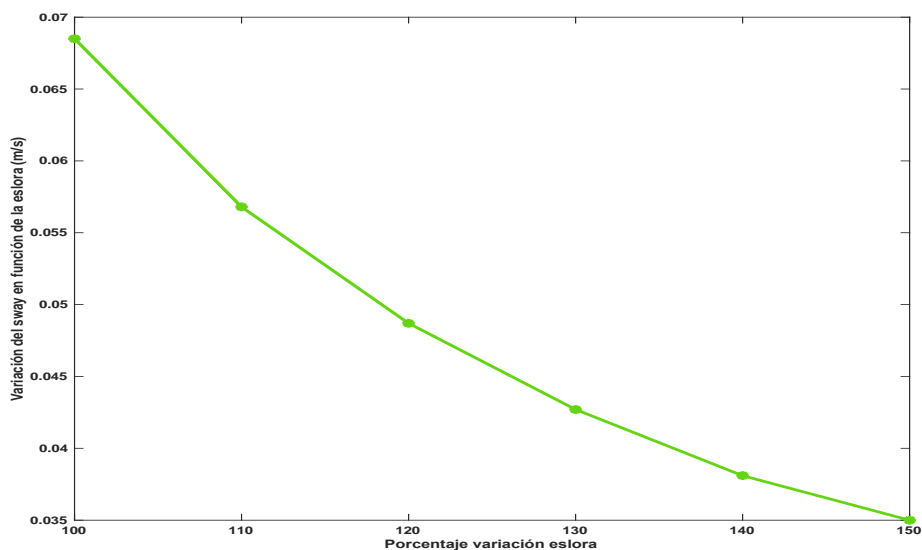


Figura 3-11: Variación del sway en función de la eslora

Variación del calado de la embarcación

En este caso, se varía el calado inicial (4,58 m) de la embarcación, desde 50% hasta el 150% del valor inicial utilizando incrementos del 12,5%. Los resultados obtenidos del rumbo y del sway se recogen en la Tabla 3:

| Calado (metros) | Rumbo (grados) | Sway (m/s) |
|---------------------|----------------|------------|
| T _{50%} | 10,61 | 0,0500 |
| T _{62,5%} | 11,21 | 0,0555 |
| T _{75%} | 11,5 | 0,0609 |
| T _{87,5%} | 11,45 | 0,0654 |
| T _{100%} | 11,09 | 0,0685 |
| T _{112,5%} | 10,48 | 0,0699 |
| T _{125%} | 9,72 | 0,0698 |
| T _{137,5%} | 8,88 | 0,0682 |
| T _{150%} | 8,04 | 0,0656 |

Tabla 3: Sensibilidad al cambio de calado

La Figura 3-12, muestra que para valores del calado comprendido entre el 50% y el 75% del valor nominal, se consiguen mayores variaciones en el rumbo ante el mismo ángulo girado en el timón. Sin embargo, a partir del 75% del calado, los cambios generados en el rumbo van disminuyendo de forma progresiva a medida que aumentamos el calado. Por lo tanto, se concluye que el rumbo adquiere su valor máximo para el 75% del valor inicial del calado.

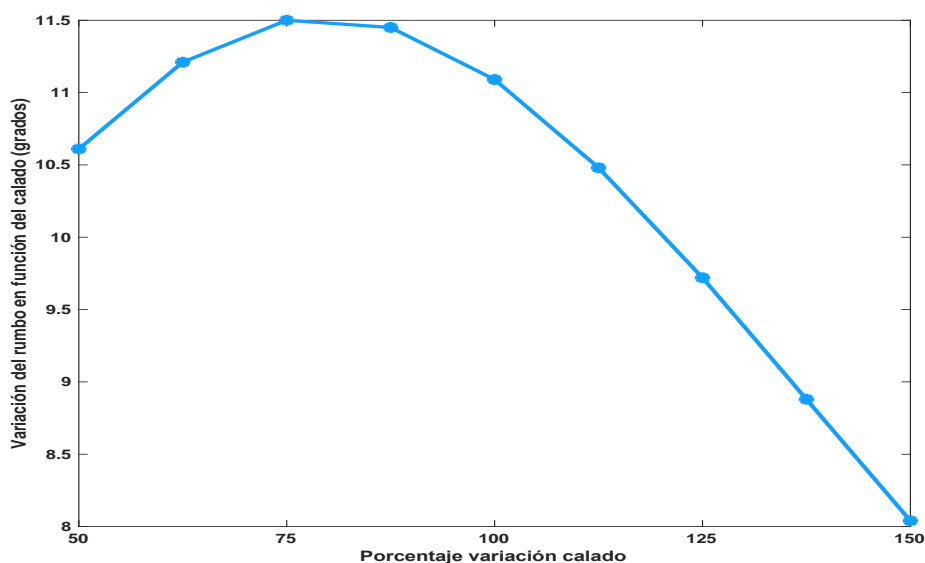


Figura 3-12: Variación del rumbo en función del calado

Por otro lado, en la Figura 3-13, se observa que la velocidad lateral va aumentando para valores comprendidos entre el 50% y el 112,5% del valor inicial y que, a partir de dicho porcentaje, la velocidad lateral del buque va disminuyendo a medida que se incrementa el calado. Por lo tanto, la velocidad lateral adquiere su valor máximo para el 112,5% del valor inicial del calado.

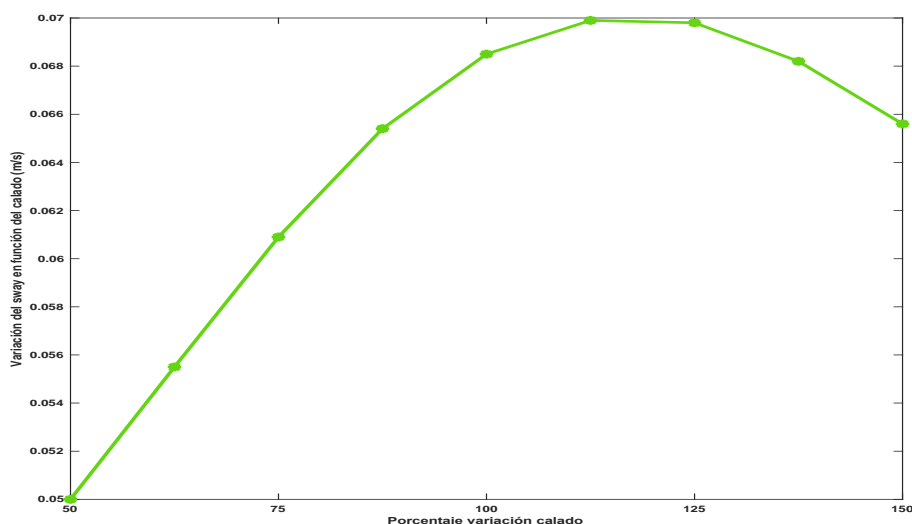


Figura 3-13: Variación del sway en función del calado

Variación de la manga de la embarcación

Para el estudio de sensibilidad a variaciones en la manga (valor nominal de 16,79 m), se sigue un procedimiento análogo a los anteriores. En este caso, los valores del rumbo y del sway obtenidos son:

| Manga (metros) | Rumbo (grados) | Sway (m/s) |
|---------------------|----------------|------------|
| B _{50%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{62,5%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{75%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{87,5%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{100%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{112,5%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{125%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{137,5%} | 11,09 | 0,0685 |
| B _{150%} | 11,09 | 0,0685 |

Tabla 4: Sensibilidad al cambio de manga

A partir de los datos mostrados en la tabla 4, se puede concluir que la variación de la manga no genera ningún efecto sobre los valores del rumbo ni del sway.

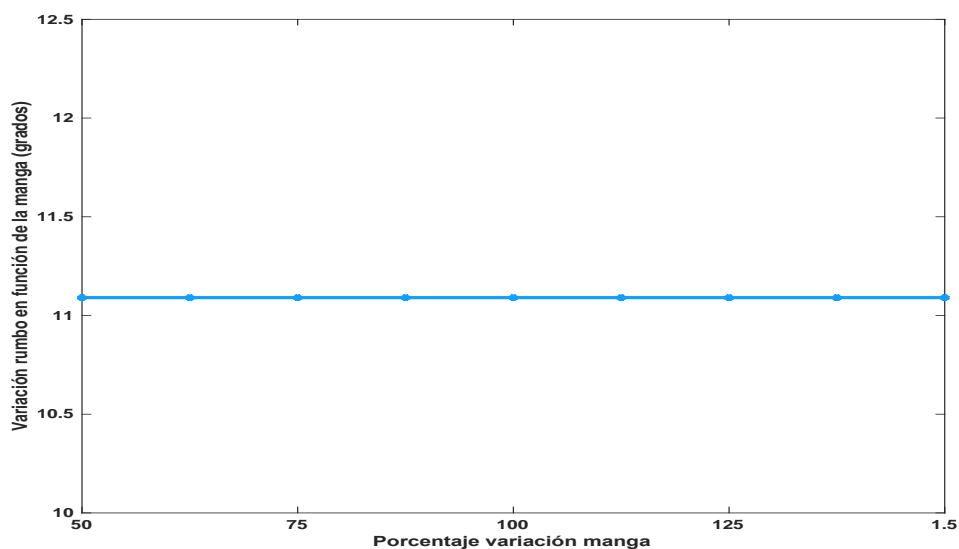


Figura 3-14: Variación del rumbo en función de la manga

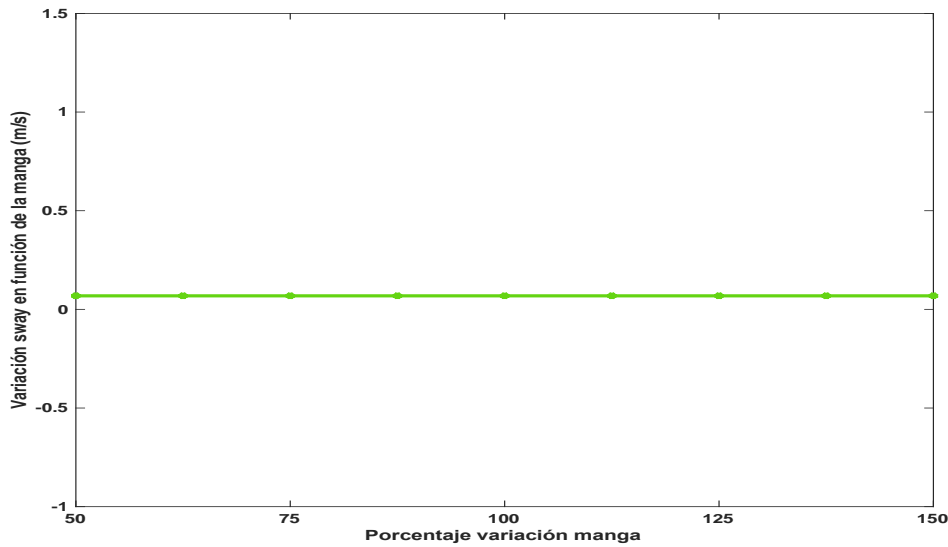


Figura 3-15: Variación del sway en función de la manga

Variación del desplazamiento de la embarcación

La Tabla 5 muestra el efecto que tiene la variación del valor del desplazamiento sobre el rumbo y el sway, desde un 50% de su valor inicial (5813,62 Tm) hasta el 100%, en incrementos del 10%.

| Desplazamiento (Kg) | Rumbo (grados) | Sway (m/s) |
|---------------------|----------------|------------|
| $\Delta_{50\%}$ | 9,142 | 0,0433 |
| $\Delta_{60\%}$ | 9,477 | 0,0476 |
| $\Delta_{70\%}$ | 9,836 | 0,0523 |
| $\Delta_{80\%}$ | 10,220 | 0,0573 |
| $\Delta_{90\%}$ | 10,640 | 0,0627 |
| $\Delta_{100\%}$ | 11,090 | 0,0685 |

Tabla 5: Sensibilidad al cambio de desplazamiento

En la figura 3-16 y Figura 3-17 puede apreciarse que tanto el rumbo y el sway del buque aumentan a medida que lo hace el valor del desplazamiento.

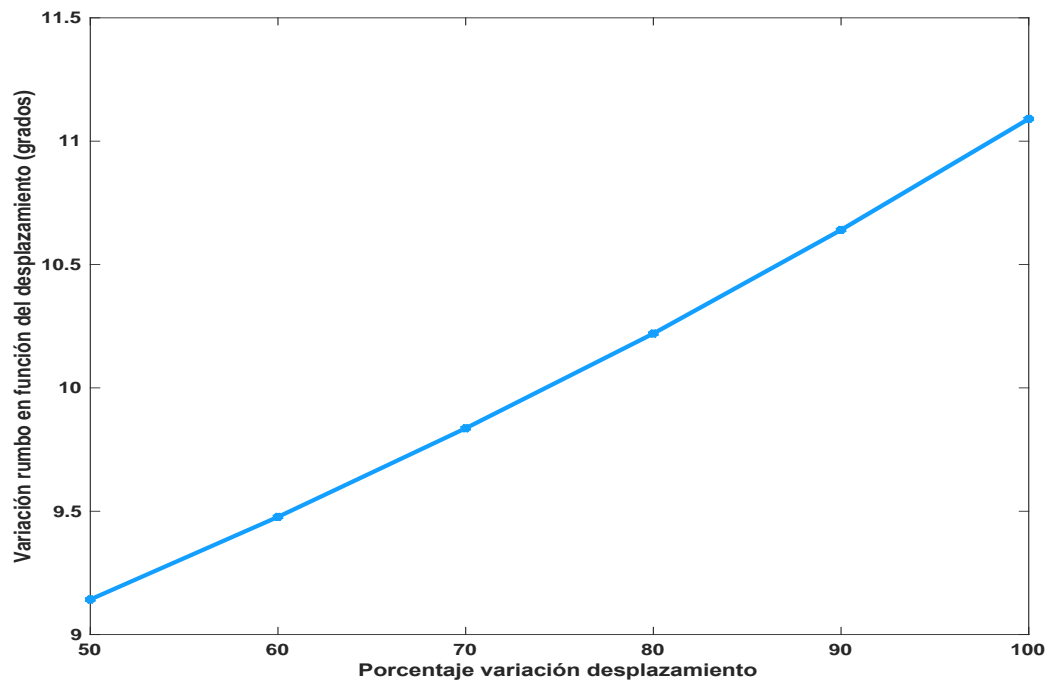


Figura 3-16: Variación del rumbo en función del desplazamiento

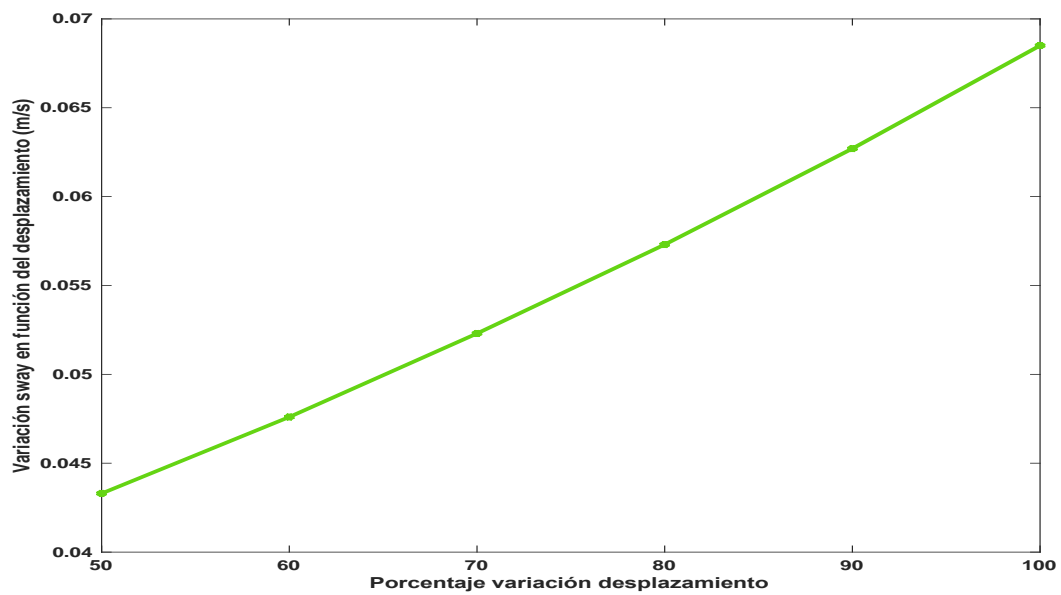


Figura 3-17: Variación del sway en función del desplazamiento

3.3. Propulsión

El modelo del propulsor está diseñado para generar el impulso necesario para mover al buque. La entrada a este sistema es la velocidad deseada en nudos U y la salida es el impulso del propulsor T_p . A continuación, se realiza el cálculo de los parámetros k_T , k_Q y Q_t en función de la velocidad deseada U , posteriormente, la aceleración del eje como se ha definido previamente, en el apartado 2.2.6. Se aplica un integrador para generar las rotaciones por segundo del propulsor, las cuales se convertirán en valores del impulso.

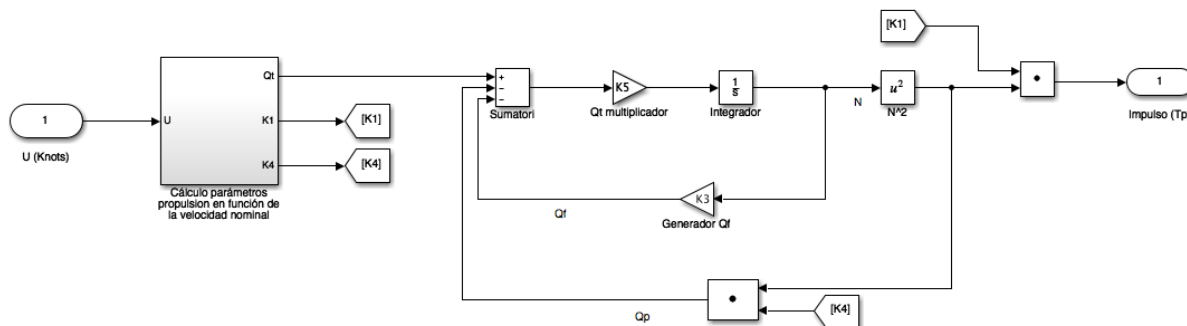


Figura 3-18: Modelo Simulink de la propulsión del buque

Como se ha mencionado anteriormente, los parámetros de la propulsión k_T , k_Q y Q_t varían en función de la velocidad deseada. Se ha realizado una regresión lineal por mínimos cuadrados para aproximar el comportamiento de cada uno de estos parámetros en función de la velocidad deseada U .

$$k_T = 0.0011U + 0.1699$$

$$k_Q = 0.0002U + 0.0389$$

$$Q_t = 35599U - 281846 \quad (3-1)$$

Estas ecuaciones lineales se introducen en el primer bloque que se observa en la Figura 3-18.

$$K1 = K_T(U)\rho D^4$$

$$K4 = K_Q(U)\rho D^5$$

3.3.1. Análisis mediante simulación

Para validar el correcto funcionamiento del propulsor diseñado se introduce como entrada al sistema una constante con el valor de la velocidad del buque (en nudos) que se desea alcanzar, y, se observa la generación de las diferentes fuerzas de impulso T_p .



Figura 3-19: Modelo Simulink de la propulsión del buque

La Figura 3-19 muestra el modelo Simulink del bloque de propulsión del buque. En esta etapa, la salida corresponde al empuje o impulso de la hélice T_p , cuyas unidades (lb_f) son convertidas a unidades del Sistema Internacional (Newton):

$$1 lb_f = 4,448222 N$$

Se realizan simulaciones para tres valores diferentes de velocidad deseada, más concretamente para

$$14 kn = 7,203 \frac{m}{s}$$

$$20 kn = 11,410 \frac{m}{s}$$

$$26 kn = 13,374 \frac{m}{s}$$

Los valores del impulso del buque que se obtienen tras realizar las simulaciones mencionadas anteriormente, se muestran en la Figura 3-20. En la gráfica se muestra la evolución del impulso del buque en el transcurso del tiempo. Se observa que el buque adquiere un valor de impulso constante (el necesario para la velocidad deseada introducida) para $0 < t < 10 s$.

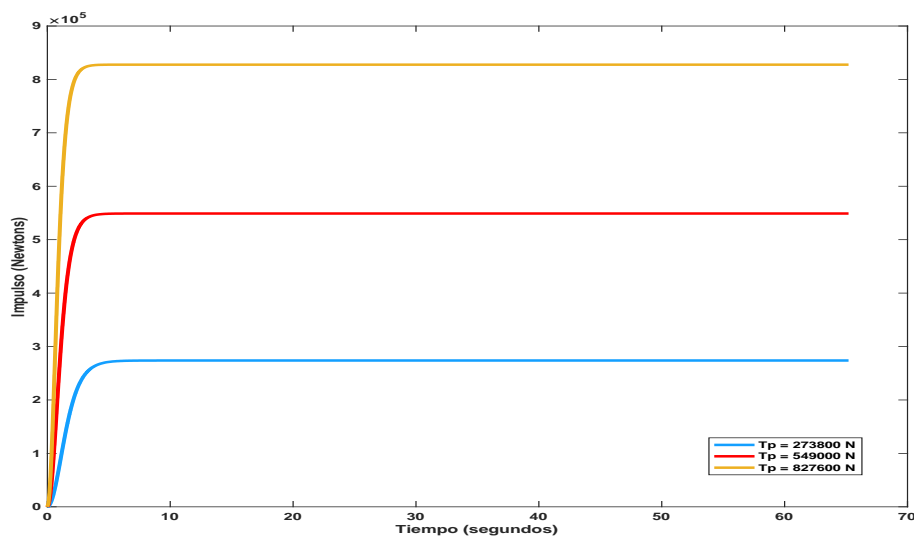


Figura 3-20: Impulso de la hélice en función de las diferentes velocidades de avance

3.4. Dinámica de propulsión

Tal y como se presenta en la ecuación a)(2-37), la velocidad longitudinal del buque se puede extraer para un determinado impulso de entrada, teniendo en cuenta la resistencia total al avance R_S que presenta el buque y la masa de éste.

El parámetro K2 hace referencia a la resistencia al avance debida a la forma del casco del buque. Generalmente, se calcula durante la prueba de los modelos a escala en un taque de olas. En este caso, la resistencia se estima en función de la velocidad de avance. De forma análoga al cálculo de otros parámetros de la propulsión k_T, k_Q y Q_t , se ha realizado una regresión lineal por mínimos cuadrados para aproximar el comportamiento de los parámetros K2 y K6 en función de la velocidad deseada U. Dichos parámetros aparecen como salida del bloque verde que aparece en la Figura 3-21, el cual tiene como entrada la velocidad de avance deseada del bloque de la dinámica de propulsión.

$$\begin{aligned} K2 &= 2,039 \cdot 10^{-4}U + 0,01100 \\ K6 &= -0,0615U + 3,5167 \\ K2 &= 2,039 \cdot 10^{-4}U + 0,01100K6 = -0,0615U + 3,5167 \end{aligned} \quad (3-2)$$

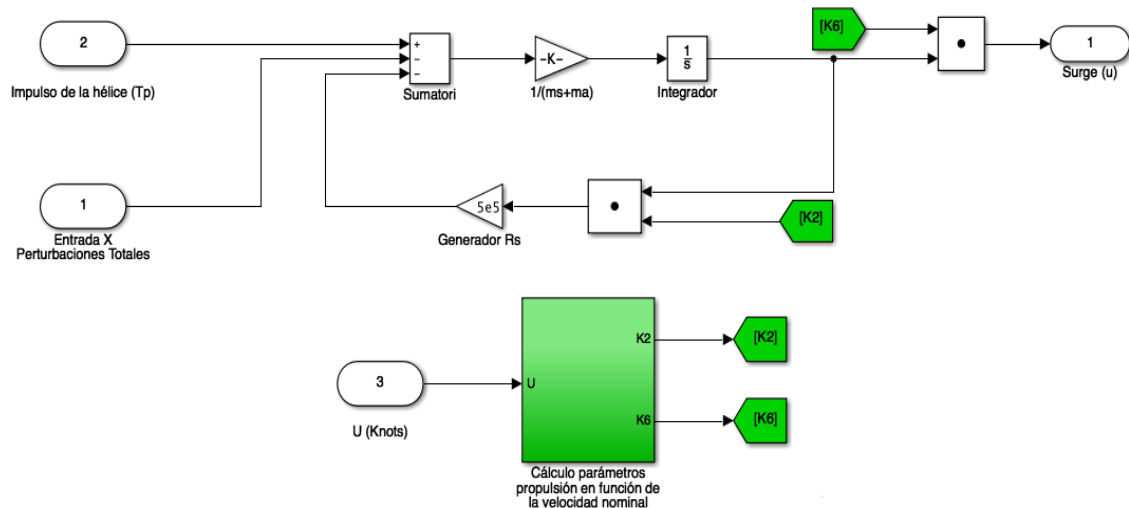


Figura 3-21: Modelo Simulink de la dinámica de propulsión

También, se introduce en este modelo el efecto de las fuerzas debidas a las perturbaciones en la componente X, que se añadirán a la entrada de impulso y provocarán cambios no deseados en la velocidad de avance del buque.

3.4.1. Análisis mediante simulación

Para validar el correcto funcionamiento de la dinámica de propulsión, se utilizan dos bloques:

- **Propulsor del buque:** a partir de un valor de velocidad deseada se genera el impulso de salida en la hélice necesario.
- **Dinámica de propulsión:** a partir de un cierto valor del impulso de entrada y de la velocidad deseada, se genera la velocidad longitudinal del buque.

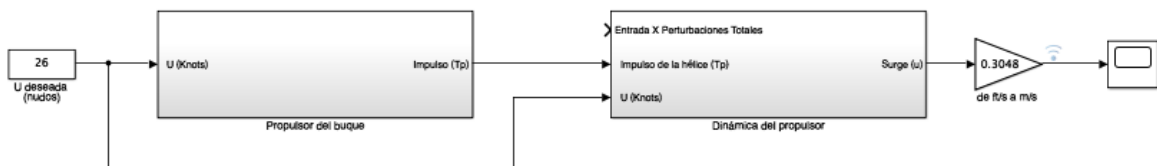


Figura 3-22: Modelo Simulink de la dinámica del buque

Se realizan tres simulaciones para los mismos valores de velocidad deseada que se han introducido en el apartado 3.3.1.

La Figura 3-23, muestra la evolución de la velocidad de avance longitudinal del buque (*surge*) en función de las velocidades deseadas indicadas. Puede apreciarse que el buque tarda alrededor de 300 segundos en alcanzar la velocidad deseada.

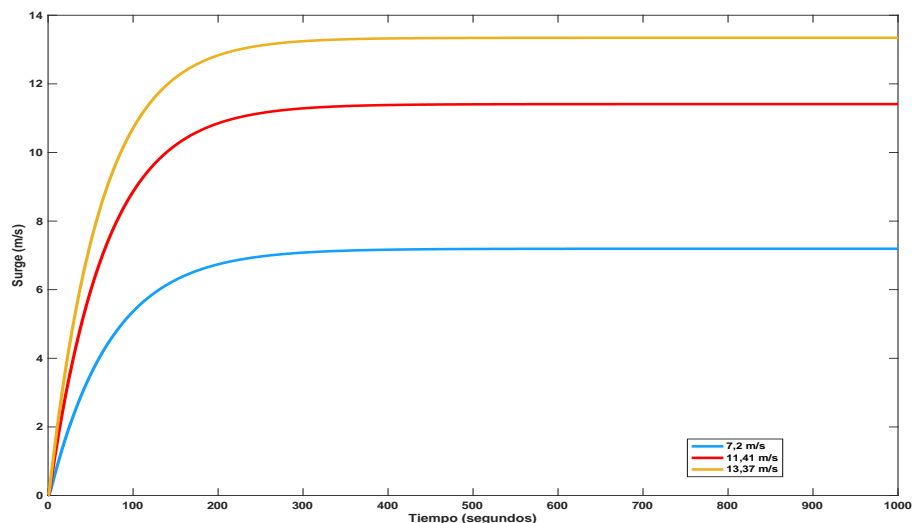


Figura 3-23: Curso temporal de la velocidad de avance longitudinal del buque para diferentes velocidades deseadas

3.5. Posición del buque

A partir de las ecuaciones (2-3) se extrae el modelo con Simulink que permite determinar la posición del buque respecto al eje de coordenadas cartesianas fijo en un punto en la tierra.

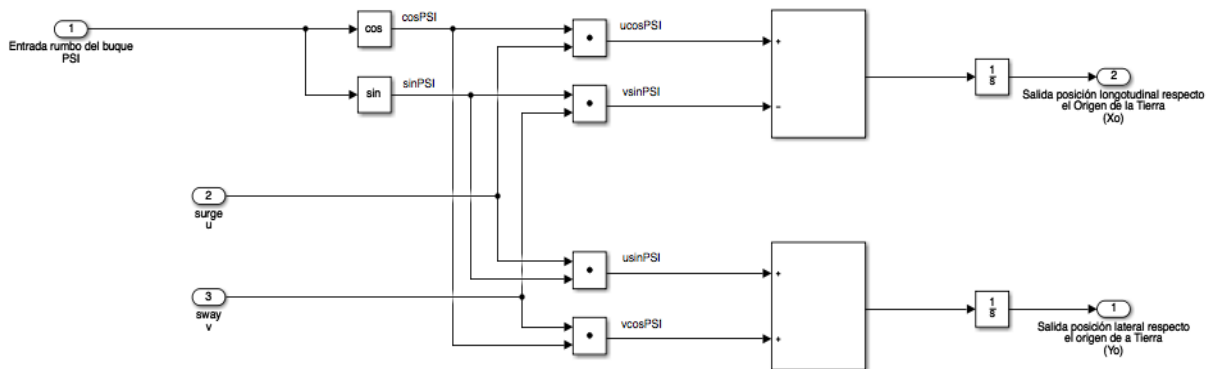


Figura 3-24: Modelo Simulink de la generación de la posición del buque respecto a la tierra

3.5.1. Análisis de la propulsión cartesiana del buque sin giro del timón

El análisis del comportamiento del bloque de la posición del buque sin variar el ángulo de mando, suponiendo un rumbo previo de 0 grados, se realiza de manera que:

- Los bloques de la **máquina del timón** y **máquina de giro** con un ángulo de entrada de 0° para forzar al buque a seguir una trayectoria recta sin perturbaciones en el eje de abscisas.
- Velocidad de avance **surge** constante, con un valor de 14 nudos, es decir, de 7,2 m/s.
- El bloque de **generación de la posición del buque** respecto a un eje fijo en un punto de la tierra, monitorizando sus salidas: el desplazamiento en las coordenadas horizontal y vertical del buque (X_0) e (Y_0).

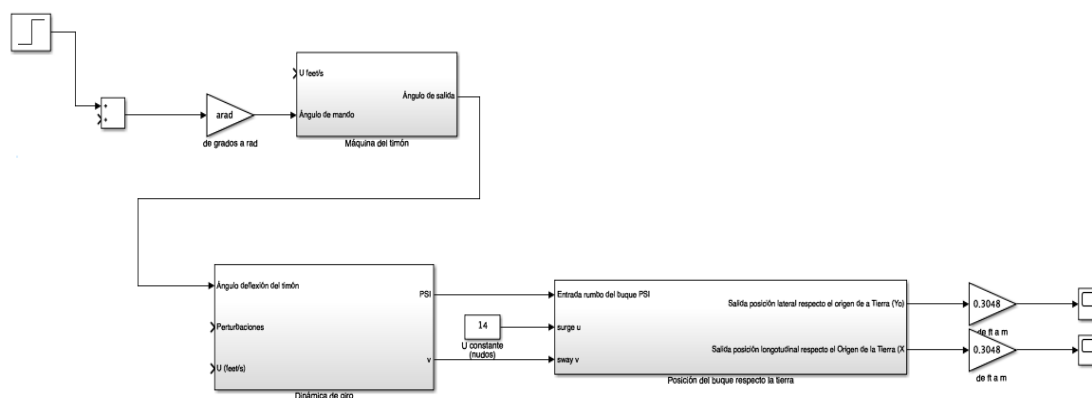


Figura 3-25: Modelo Simulink de la posición del buque respecto la Tierra

Según este modelo, el buque debería moverse en línea recta con un desplazamiento coherente con la velocidad introducida. Como se puede observar en la Figura 3-26, cuando $t = 100$ s el buque ha recorrido 720 m de la coordenada x y no se ha desplazado lateralmente, debido a que el rumbo que sigue el buque es de 0 grados.

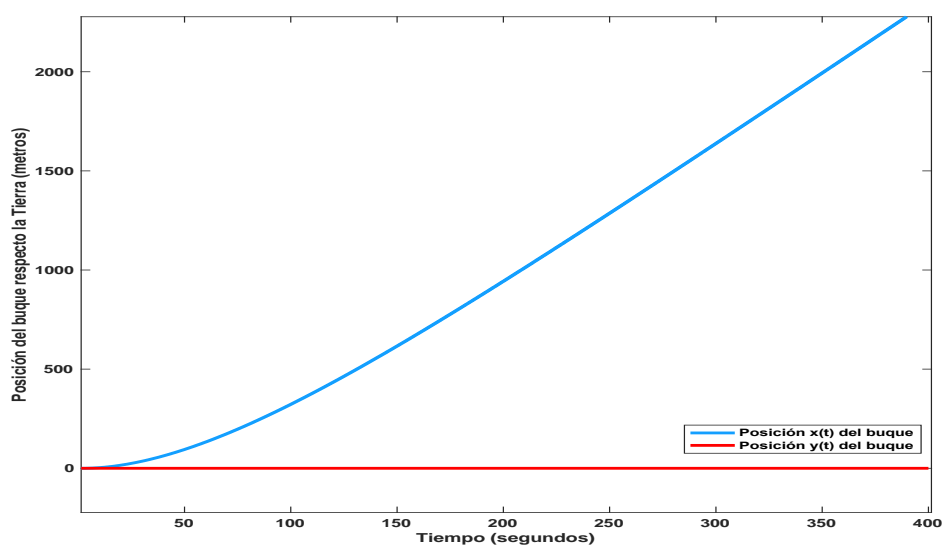


Figura 3-26: Desplazamiento en los ejes cartesianos X e Y terrestres obtenidos con velocidad de avance constante y ángulo de mando en el timón 0°

3.5.2. Análisis de la posición cartesiana del buque con giro del timón

Se propone un segundo estudio para ver el desplazamiento en los ejes cartesianos terrestres X e Y tras una variación en el ángulo de mando introducido en el timón:

- Los bloques de la **máquina del timón** y **máquina de giro** con un ángulo de entrada 30° e indicando que el timón inicie su movimiento en $t = 60$ s.
- Un **surge** procedente de la salida del bloque de la dinámica del propulsor, generado para una velocidad deseada de 26 nudos, es decir, de 13,37 m/s.
- De nuevo, el bloque de **generación de la posición del buque** respecto a un eje fijo en un punto de la tierra, monitorizando sus salidas.

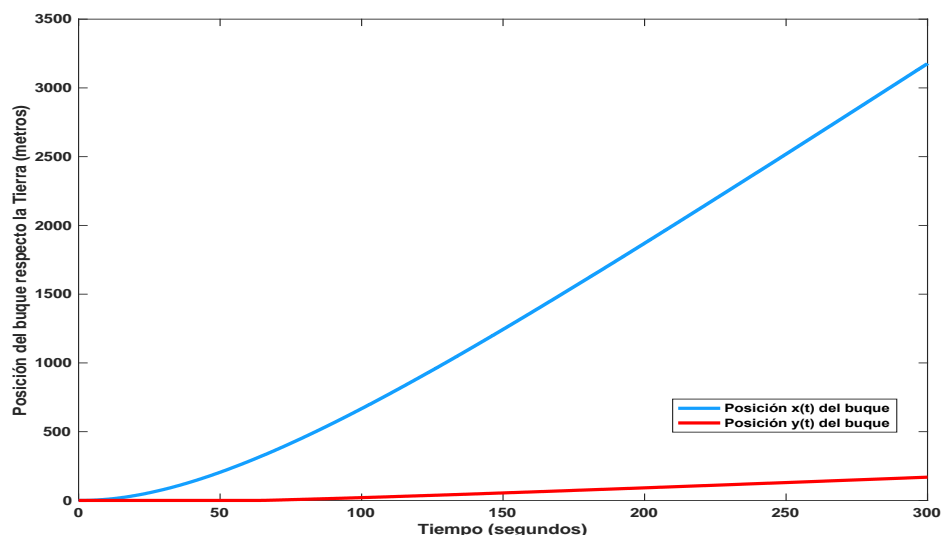


Figura 3-27: Desplazamiento en los ejes cartesianos X e Y terrestres obtenidos con velocidad de avance constante y ángulo de mando en el timón 30°

Comparando las Figura 3-26 y Figura 3-27, puede apreciarse que en la Figura 3-27 la posición lateral del buque no es igual a cero, sino que va aumentando. Es decir, las hélices de la embarcación, que la están propulsando, generan un sway que hace variar su posición lateral a lo largo del tiempo. Al mismo tiempo, se puede destacar que la posición longitudinal del buque en el eje X en ambos casos no sigue inicialmente una recta (0-100 segundos) manifestando el proceso de aceleración en el bloque de propulsión hasta que se alcanza la velocidad deseada.

3.6. Perturbaciones debidas al viento

El modelo Simulink presentado a continuación sigue las ecuaciones descritas en el apartado 2.3.1 de la memoria.

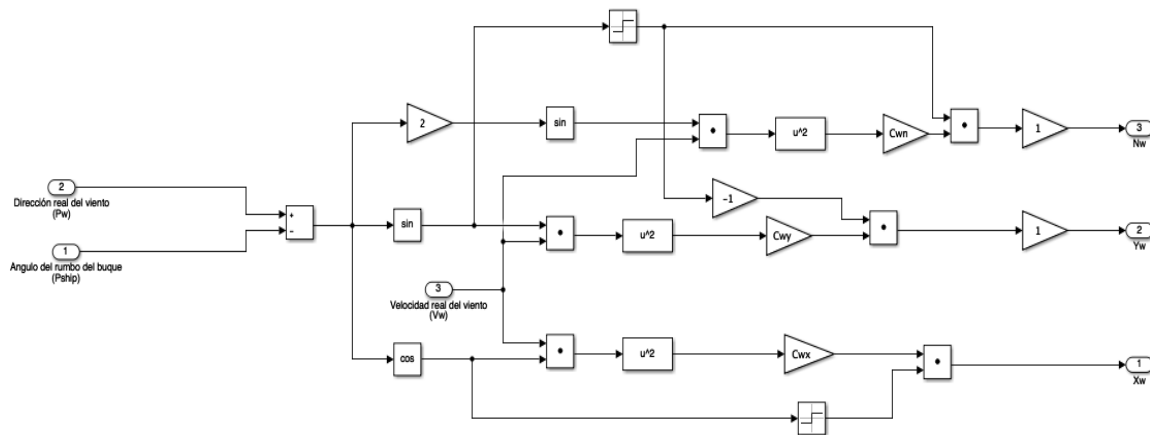


Figura 3-28: Modelo Simulink de la perturbación debida al viento

3.6.1. Análisis de las perturbaciones debidas al viento sobre el rumbo, el sway y el surge del buque

En este apartado se analizan las perturbaciones que genera el viento sobre el rumbo, el sway y el surge del buque para diferentes condiciones de navegación. En este caso, los bloques que se utilizan son

- La **máquina del timón**: con ángulo de mando de 0° .
- La **propulsión del buque**: generará el impulso necesario para una velocidad de avance de 14 kn.
- La **dinámica de propulsión**: generará el surge que necesita el buque para la velocidad deseada indicada como entrada en el bloque de la propulsión del buque.
- Generador de **perturbaciones debidas al viento**: el cual tiene como entradas el rumbo obtenido en la salida de la dinámica de giro, el valor de la dirección del viento y su velocidad, introducidas mediante un bloque escalón donde se determina el tiempo a partir del cual empieza a actuar el viento (en este caso, $t = 500$ s).
- La **dinámica de giro**: depende del bloque de la máquina del timón, del surge generado en la salida de la dinámica de propulsión y, de la fuerza Y y el momento N que genera el viento.

Se realizan diferentes simulaciones para distintas condiciones de navegación debidas al efecto del viento sobre el buque, teniendo en cuenta para todas ellas las siguientes condiciones iniciales:

- Un ángulo de mando de 0° .
- Velocidad de avance deseada debe igual a 14 kn.
- La acción del viento se inicia en $t = 500$ segundos.

Las gráficas obtenidas tras la realización de las diferentes simulaciones son

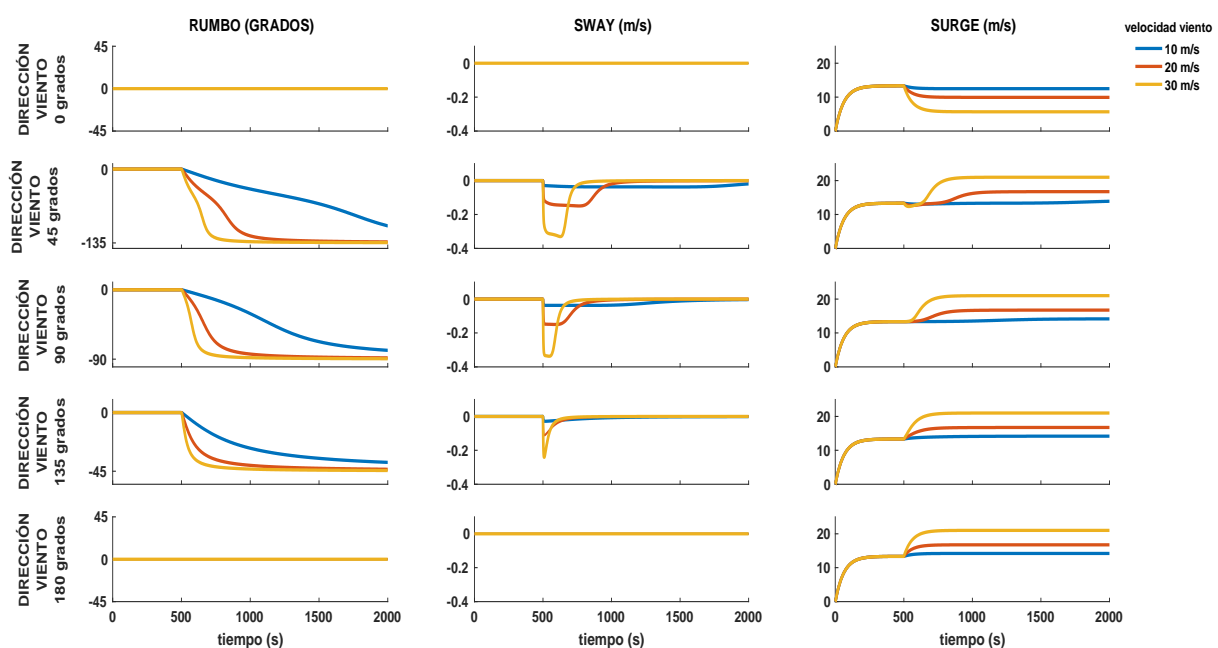


Figura 3-29: Efecto del viento sobre el rumbo, el sway y el surge

En la figura 3-29 se observa que, independientemente del valor de la velocidad del viento, el rumbo y la velocidad lateral no varían cuando el ángulo de incidencia del viento sobre el buque es paralelo a su línea de flotación ($\psi_w = 0^\circ$ y $\psi_w = 180^\circ$). Se observa además que la variación del valor de la velocidad de avance del buque se debe a la dirección del viento, es decir, si el viento índice en sentido contrario al del rumbo, es decir en la proa, la velocidad de avance se reduce mientras que, si el viento incide a favor del sentido del rumbo la velocidad de avance aumenta.

En cambio, para ángulos de incidencia distintos a los mencionados, el rumbo del buque varía a lo largo del tiempo, por lo tanto, la velocidad lateral se ve alterada hasta que el buque se alinea con la dirección del viento y dicha velocidad se anula. En el buque utilizado como ejemplo, su centro de gravedad está desplazado hacia proa, por tanto, el viento tiende a virar el buque de manera que se

alinee para que incida totalmente de popa (y, por tanto, acelere la nave). Si el centro de gravedad estuviera desplazado hacia popa, el viento tendería a alinear el buque de manera que incida totalmente de popa (y, por tanto, frene el avance del buque).

3.6.2. Análisis de las perturbaciones debidas al viento sobre la posición del buque respecto la Tierra

En este apartado se analiza el efecto que tiene el sobre el desplazamiento del buque en las coordenadas X e Y respecto la Tierra.

En las simulaciones llevadas a cabo, los bloques que han participado son:

- La **máquina del timón**: ángulo de mando de 0° y la **dinámica de giro**
- La **propulsión del buque** con entrada 14 kn y la **dinámica de propulsión** que generará el *surge* del buque.
- Generador de **perturbaciones debidas al viento**: donde se indica como entrada los distintos valores de la dirección del viento, su velocidad (en este ejemplo) 20 m/s y los valores del rumbo obtenidos como salida del bloque de la dinámica de giro.

A partir de las simulaciones realizadas se obtienen las siguientes gráficas:

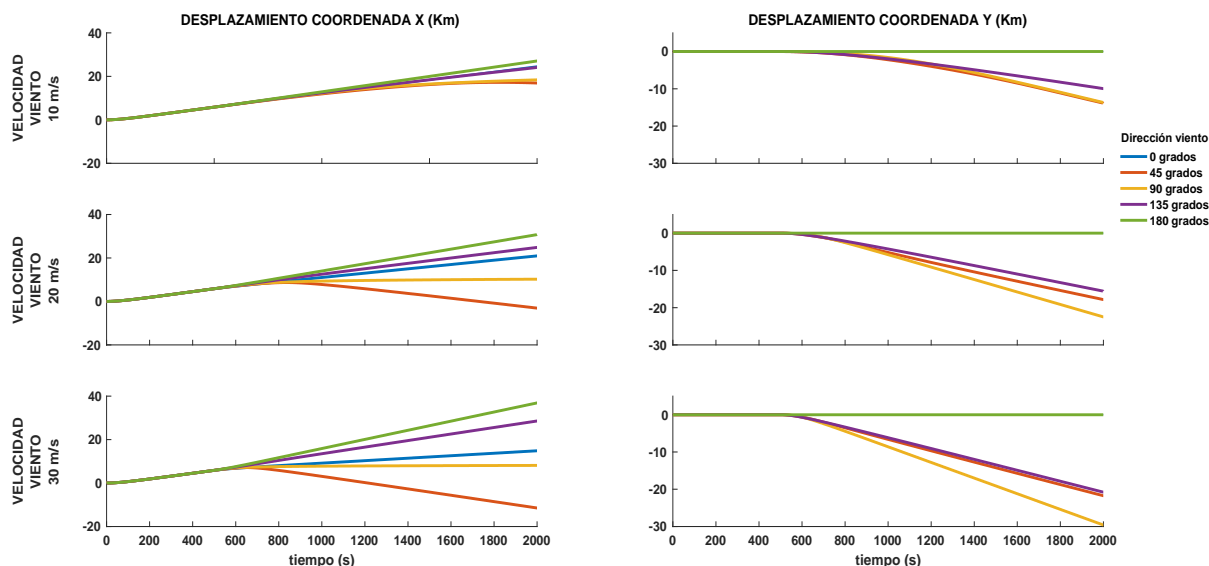


Figura 3-30: Desplazamiento en X e Y del buque en función del viento

La figura 3-30 muestra que el desplazamiento del buque en la coordenada X es más pronunciado cuando se aumenta el valor de la velocidad del viento al mismo tiempo, también depende de la dirección con la que incide el viento, ya que para ángulos pertenecientes al primer cuadrante (de 0° a 90°) el buque tiende a virar hacia estribor y para ángulos correspondientes al segundo cuadrante (de 90° a 180°), vira hacia babor. En cuanto al desplazamiento del buque en la coordenada Y , se observa alterada para vientos que inciden con una dirección perpendicular a la línea de flotación del buque tanto por proa como por popa.

4. Análisis del sistema en anillo cerrado

4.1. Introducción

En este capítulo se estudia el efecto de los diferentes tipos de controladores sobre el modelo diseñado con el fin de encontrar el más adecuado para controlar el rumbo de la nave. Por lo tanto, está dedicado al diseño e implementación del sistema de control del piloto automático del buque.

Un sistema de control es el conjunto de elementos que, añadidos al modelo o planta que se deseado controlar, permiten influir en el comportamiento global de éste, modificándolo mediante la manipulación de las variables de control.

Existen diferentes tipos de controladores con diferentes particularidades que los hacen más idóneos para diferentes tipos de problemas. Concretamente, en este proyecto se implementa el sistema de control en anillo cerrado o retroalimentados.

En este tipo de sistema de control, el controlador se alimenta con la señal de error, que es la diferencia entre la señal de entrada consigna (en este caso, el rumbo deseado) y la señal de retroalimentación (salida real del sistema, rumbo real del buque), con el objetivo de reducir el error y conducir la salida del sistema al valor deseado. El término control en anillo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema.

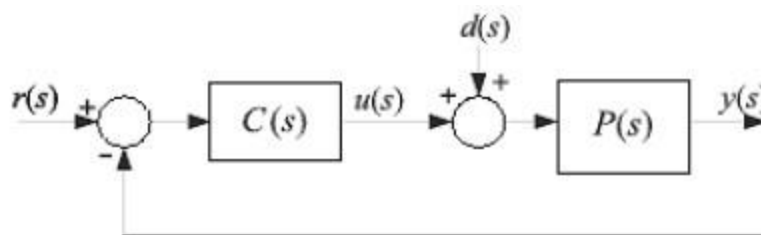


Figura 4-1: Lazo retroalimentado básico con un grado de libertad (Luis, 2013)

En la Figura 4-1 se muestra la configuración básica de un controlador con lazo cerrado donde:

r es la señal de referencia, es decir, la entrada consigna

u es la señal de control proporcionada por el controlador $C(s)$

d es la señal de perturbación o entrada no deseada

y es la señal de salida del sistema de control

Una de las ventajas del control en lazo cerrado es que el uso de la realimentación produce que la respuesta del sistema sea relativamente insensible a las perturbaciones externas y a las variaciones internas en los parámetros del sistema. Así, la aplicación real, en el camino directo se pueden utilizar componentes relativamente económicos y poco precisos para obtener el control adecuado de una planta determinada.

Estas ventajas mejoran al aumentar la ganancia del lazo, la función de transferencia del cual es

$$Y(s) = C(s)G(s) \quad (4-1)$$

No obstante, un aumento excesivo de esta ganancia puede provocar problemas de estabilidad y saturación de los actuadores. Por lo tanto, los controladores se deben diseñar con el objetivo de que la ganancia sea lo más elevada posible a la hora que se preserve la estabilidad del sistema y controlando que no haya saturación, efecto que degrada la calidad de las prestaciones del diseño.

La solución seleccionada para implementar la parte inteligente del sistema de control es el controlador PID. Estos controladores son los más utilizados en el entorno industrial debido a su simplicidad y robustez para controlar un gran número de aplicaciones. Los controladores PID están compuestos de tres elementos que proporcionan una acción proporcional, integral y derivativa. Estas tres acciones son las que le dan nombre al controlador. Dentro de este capítulo se presentan dos alternativas de controladores de la familia de los PID:

- a) Controlador de acción proporcional (el más sencillo posible)
- b) Controlador PID implementado las tres acciones: proporcional, integral, derivativo

4.2. Controlador de acción proporcional

Los controladores de acción proporcional se caracterizan porque en ellos, la señal de control (salida del controlador) es proporcional a la señal de error del sistema⁵.

⁵ La señal de error es la obtenida en la salida del comparador entre la señal de referencia y la señal realimentada.

Es el más sencillo de los distintos tipos de control y consiste en amplificar la señal de error antes de aplicarla a la planta. La función de transferencia de este tipo de reguladores es una variable real, denominada Kp (constante de proporcionalidad) que determina el grado de amplificación del elemento de control.

Si $u(t)$ es la señal de salida (salida del controlador) y $e(t)$ la señal de error (entrada al controlador), en un sistema de control proporcional se obtiene:

$$u(t) = Kp \cdot e(t) \quad (4-2)$$

Que, en el dominio de Laplace, será:

$$U(s) = Kp \cdot E(s) \quad (4-3)$$

Por lo que la función de transferencia será:

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = Kp \quad (4-4)$$

Donde $U(s)$ es la salida del regulador o controlador, $E(s)$ la señal de error y Kp la ganancia de control.

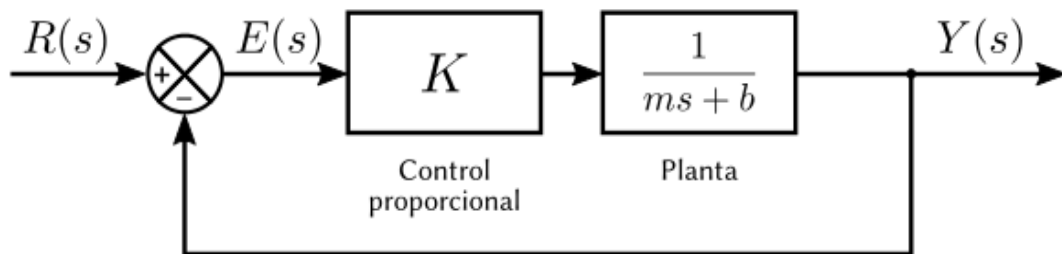


Figura 4-2: Diagrama de bloques de un controlador proporcional (Acosta, 2019)

Teóricamente, en este tipo de controlador, si la señal de error es cero, también lo será la salida del controlador. La respuesta, en teoría es instantánea, con lo cual el tiempo no intervendría en el control. En la práctica, no ocurre esto, si la variación de la señal de entrada es muy rápida, el controlador no puede seguir dicha variación y presentando una trayectoria exponencial hasta alcanzar la salida deseada.

El sistema de control compuesto por todos los bloques que explican el comportamiento del buque, así como por todos los elementos adicionales incluidos para controlar el rumbo puede modelarse por el diagrama de bloques representado en la Figura 4-1. Puede apreciarse que el sistema de control tiene dos entradas expresadas como $r(s)$ entrada consigna y $p(s)$ entrada perturbación (el viento), y una salida (rumbo real de la nave). El sistema es de tipo 1, por tanto, cuando se requiera un rumbo deseado constante (entrada consigna en escalón) el error será nulo (es decir, transcurrido un tiempo prudencial el rumbo real del buque será igual al rumbo deseado) siempre y cuando el sistema sea estable. De esta manera, el controlador más sencillo de la familia de los PID's podría servir para regular el rumbo del buque, ya que no hace falta añadir ningún integrador para incrementar el tipo del sistema.

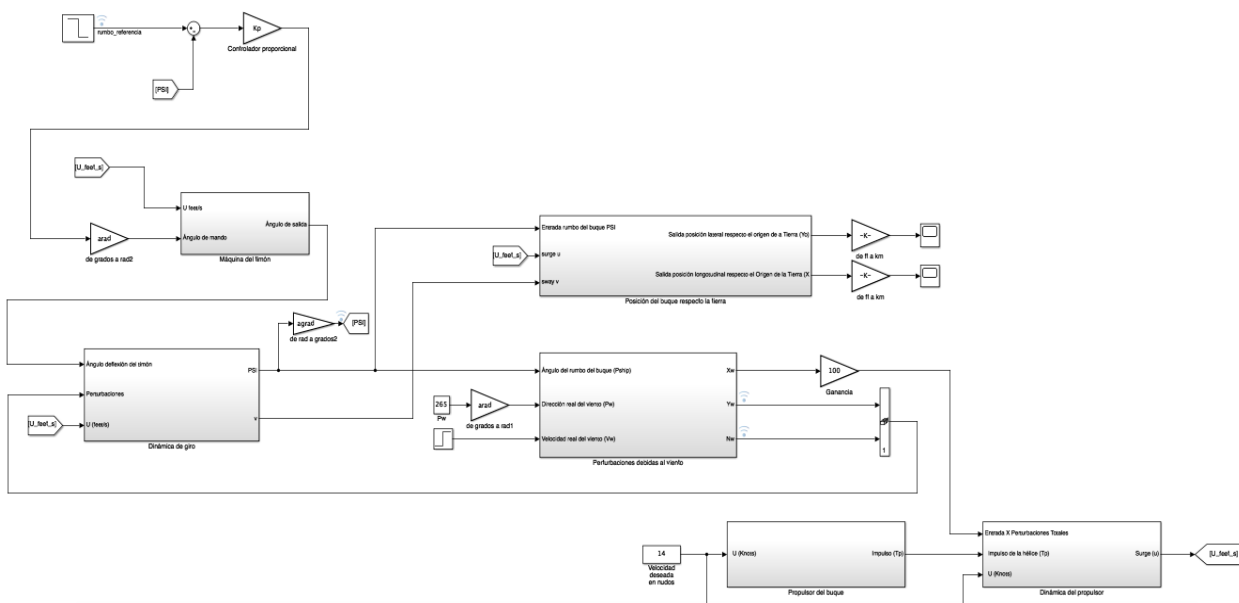


Figura 4-3: Implementación de un controlador proporcional en el modelo

A continuación, en los siguientes apartados se muestran las simulaciones realizadas implementando un controlador proporcional en el modelo (Figura 4-3) ante diferentes valores del valor de K_p analizando el efecto sobre el movimiento de la pala del timón, el rumbo y la velocidad lateral del buque.

Todas las simulaciones realizadas parten de las siguientes condiciones iniciales:

- Rumbo deseado de 20° ,
- La pala del timón inicia su movimiento en $t = 60$ s.
- El viento incidirá con un ángulo de 65° a 20 m/s en $t = 500$ s.

4.2.1. Análisis mediante simulación con un controlador proporcional $K_p = 0,1$

De la Figura 4-4 a la Figura 4-6 muestran respectivamente la evolución temporal de la pala del timón, del rumbo y de la velocidad lateral de buque tras implementar en el modelo un controlador proporcional con un valor $K_p = 0,1$:

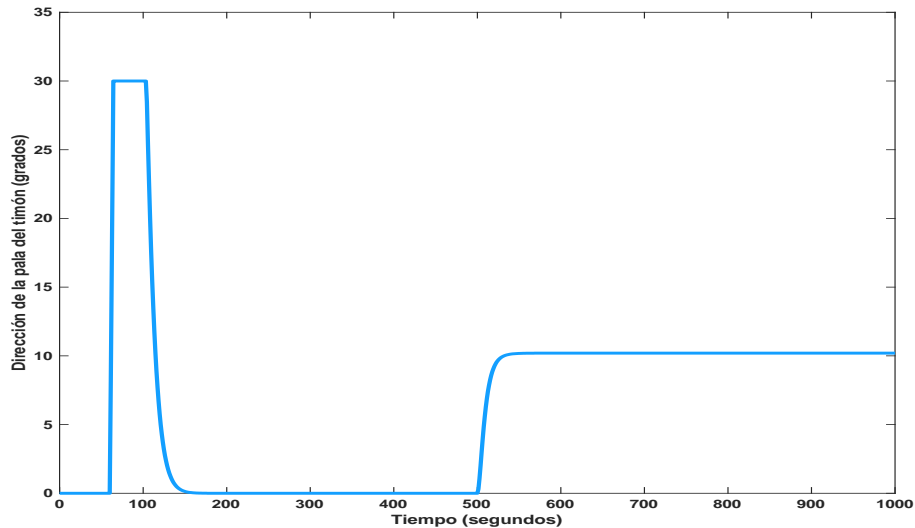


Figura 4-4: Respuesta de la pala del timón con un $K_p = 0,1$

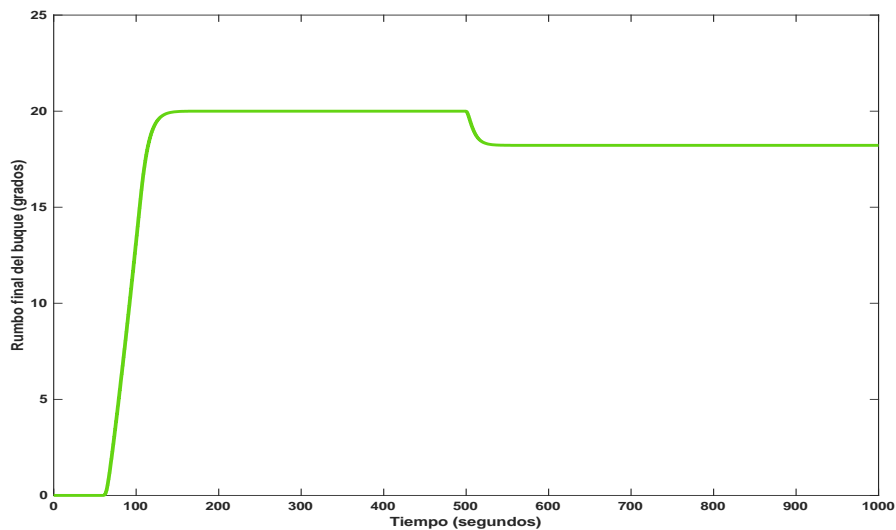


Figura 4-5: Respuesta del rumbo con un $K_p = 0,1$

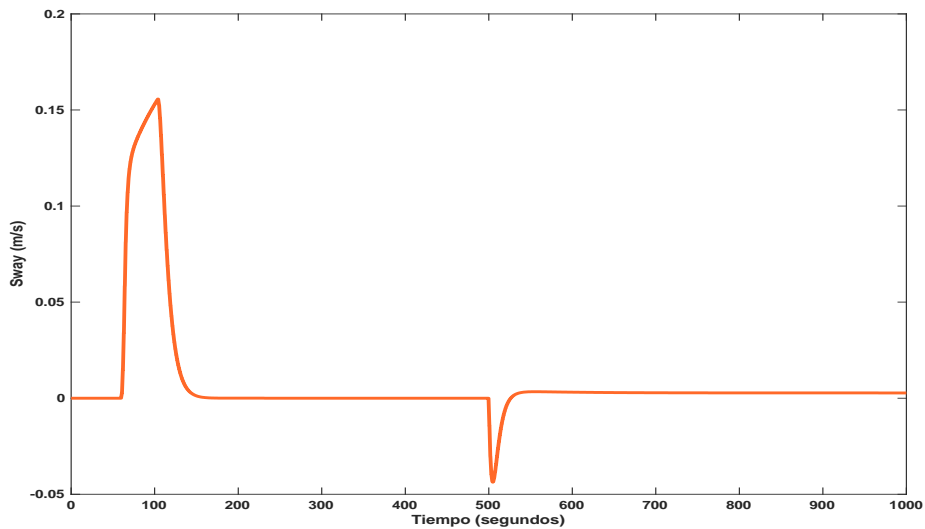


Figura 4-6: Respuesta de la velocidad lateral con un $K_p = 0,1$

En las anteriores gráficas se observa que para que el buque (figura 4-5) alcance el valor de rumbo deseado, la pala del timón satura su movimiento 30° como se muestra en la Figura 4-4 y el valor de la velocidad lateral del buque aumenta. A continuación, la pala del timón vuelve a su posición inicial y la velocidad lateral se reduce a 0 m/s, alcanzando como era esperado (sistema de tipo1) el rumbo deseado transcurridos aproximadamente 100 segundos. En cambio, cuando incide en el buque la acción del viento el valor del rumbo se altera, ya que la pala del timón no alcanza la dirección necesaria para contrarrestar la fuerza del viento sobre el buque.

4.2.2. Análisis mediante simulación con un controlador proporcional $K_p = 1$

Si se implementa un controlador proporcional con un valor $K_p = 1$, se obtiene las siguientes gráficas:

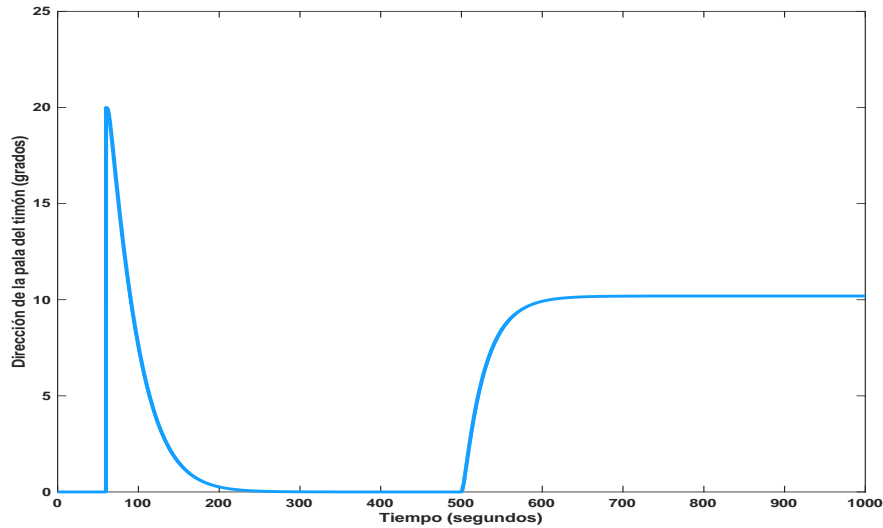


Figura 4-7: Respuesta de la pala del timón con un $K_p = 1$

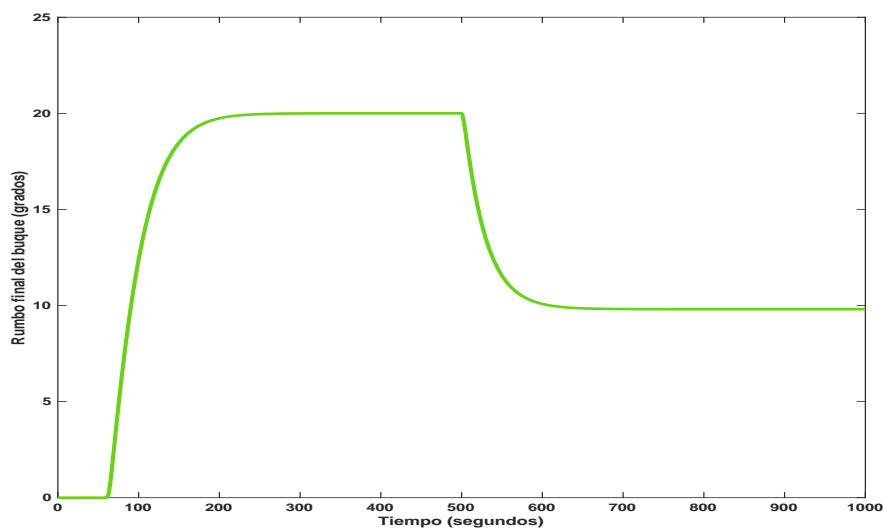


Figura 4-8: Respuesta del rumbo con un $K_p = 1$

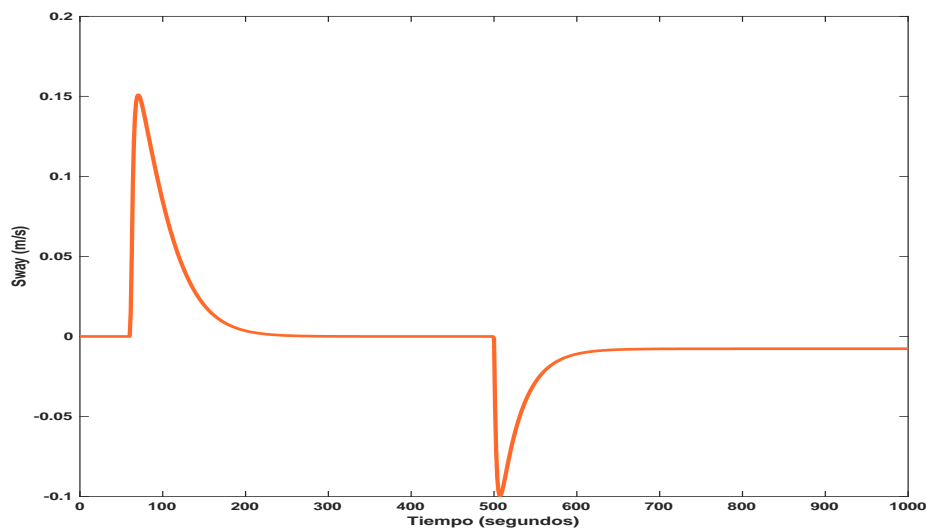


Figura 4-9: Respuesta de la velocidad lateral con un $K_p = 1$

A continuación, en la Figura 4-8 se representa la respuesta del rumbo ante un controlador proporcional con $K_p = 1$ y se observa que para que el rumbo del buque alcance el valor del ángulo deseado, la pala del timón satura su movimiento a 20° (Figura 4-7) y la velocidad lateral del buque aumenta (en este caso alcanza una velocidad lateral máxima de 0,15 m/s, Figura 4-9). De nuevo, cuando el viento incide sobre el buque la pala del timón no alcanza la dirección necesaria para evitar que el rumbo del buque se vea alterado, por lo que el valor final obtenido es distinto al valor deseado.

Por lo tanto, se concluye que el controlador proporcional con valor $K_p = 0,1$ no consigue que el error en estado estacionario sea nulo, es decir, mantiene constante la señal de error tras la entrada de perturbaciones.

Para los diferentes valores probados de K_p puede apreciarse que tal y como se esperaba el controlador proporcional consigue llevar el rumbo real hacia un rumbo deseado constante (introducido en la entrada consigna como un escalón), debido a que el sistema es de tipo 1. Sin embargo, la señal de error se mantiene constante (no cero) cuando la acción del viento perturba al buque, es decir el controlador no logra contrarrestar la acción del viento para seguir con el rumbo deseado.

Finalmente, se concluye que un controlador proporcional no es el regulador idóneo para regular el rumbo del buque porque, aun siendo preciso para entrada consigna, no lo es ante la entrada perturbación. Por tanto, se necesita incrementar el tipo del sistema para que sea preciso también ante

la entrada no deseada producida por el viento. De esta manera, se escoge utilizar un controlador PID con las tres acciones implementadas: proporcional, integral y derivativa.

4.3. Controlador PID

El control PID combina una acción proporcional, una integral y otra derivativa sobre la señal de error para dar la entrada de la planta. La ecuación de un controlador de este tipo es:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4-5)$$

Y su función de transferencia, por tanto:

$$H(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (4-6)$$

El peso de la influencia que cada una de estas partes del controlador PID tiene sobre la señal resultante viene determinado por la constante proporcional, la constante integral y la constante derivativa respectivamente.

La **acción proporcional (P)** no es más que una ganancia; el esfuerzo de control es proporcional a la señal de error:

$$u(t) = k_c e(t) \quad (4-7)$$

A más error, más esfuerzo de control. Una ventaja de esta estrategia de control es que solo requiere el cálculo de un parámetro (ganancia) y, además, genera una respuesta instantánea. Sin embargo, si la planta no cuenta con una acción integral, el controlador proporcional incluye una característica no desea, el error en estado estacionado (*offset*), mencionado en el apartado 0. Tampoco resulta recomendable aumentar mucho el valor de la ganancia porque puede degradar la respuesta del sistema, produciendo que el sistema oscile más y llegue a desestabilizar o saturar los actuadores.

La **acción integral (I)** da una respuesta proporcional a la integral del error. Esta acción elimina el *offset*, pero se obtiene una mayor desviación del punto de consigna, la respuesta es más lenta y el período de oscilación es mayor que en el caso de la acción proporcional.

$$u(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4-8)$$

Como indica la ecuación anterior, el esfuerzo es proporcional a la integral de la señal de error. De esta forma, mientras que no se logre alcanzar la referencia, la integral de error no dejará de crecer, y con ella la acción de control sobre el sistema hasta que la acción sea suficiente para conducir al sistema hasta el punto deseado. Cabe destacar que, aunque la señal de error sea nula en un instante, la acción de control no deber serlo.

Por otro lado, aunque la acción integral mejore la precisión, empeora la estabilidad. El transitorio se vuelve lento y oscilatorio. Por lo tanto, la acción del tipo integral es más lenta que la acción del tipo proporcional.

La **acción derivativa (D)** proporciona una respuesta proporcional a la derivada del error (velocidad de cambio del error). Añadiendo esta acción de control a las mencionadas anteriormente, se disminuye el posible rebasamiento de la respuesta, pero no se elimina el *offset*. Con la acción diferencial se busca conseguir un comportamiento más suave del sistema de control.

$$u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4-9)$$

Como muestra la ecuación anterior, la señal de control es proporcional a la derivada de la señal de error. A esta acción también se la conoce como “anticipativa” porque, al tener información sobre si el error está creciendo o decreciendo, el esfuerzo de control actúa antes que la señal de error sea excesivamente grande o pequeña. Es decir, se evita que el sistema pase de largo la referencia ya que, si la derivada del error es negativa, el efecto derivativo frena ligeramente la acción de control. La acción derivativa hace que el sistema sea más sensible y aumenta la estabilidad relativa al introducir un cero en el lazo.

4.3.1. Diseño del controlador PID para el modelo

En este apartado se explica cómo se ha obtenido el controlador PID más adecuado para controlar el rumbo en el modelo.

Al modelo diseñado se le debe implementar un controlador que permita mantener el valor del rumbo deseado ante cualquier condición de navegación en la que se pueda encontrar a lo largo de su trayectoria. El controlador debe evitar que el sistema oscile y llegue a desestabilizar o saturar los actuadores y eliminar el *offset* sin aumentar la desviación del punto de consigna. Por lo tanto, se requiere que el modelo responda con un comportamiento estable.

El proceso de selección de los parámetros que cumplen con las especificaciones de comportamiento dadas para este tipo de controlador se conoce como sintonización de reguladores PID. Existen distintos métodos de selección, como por ejemplo los métodos de Ziegler-Nichols, los cuales establecen distintas reglas basándose en las respuestas a escalones experimentales o en valor de K_p que producen estabilidad marginal únicamente cuando se utiliza la acción de control proporcional.

Sin embargo, para este caso se ha utilizado la *toolbox Sisotool* (R2018b) dentro del software Matlab (R2018b) que permite obtener el lugar geométrico de las raíces de manera dinámica. La ventana *SISO Design* permite escoger la posición de los polos añadido por el controlador PID de manera manual, así como las respuestas obtenidas para diferentes valores de ganancia. Finalmente, se concluye que la función de transferencia del controlador PID que proporciona una respuesta más adecuada es

$$H(s) = 2,45 + \frac{0,0001}{s} + \frac{1288}{s+100} \quad (4-10)$$

Es decir,

$$K_p = 2,45$$

$$K_i = 0,0001$$

$$K_d = 12,88$$

En la Figura 4-10 se muestra la implementación del controlador en el modelo

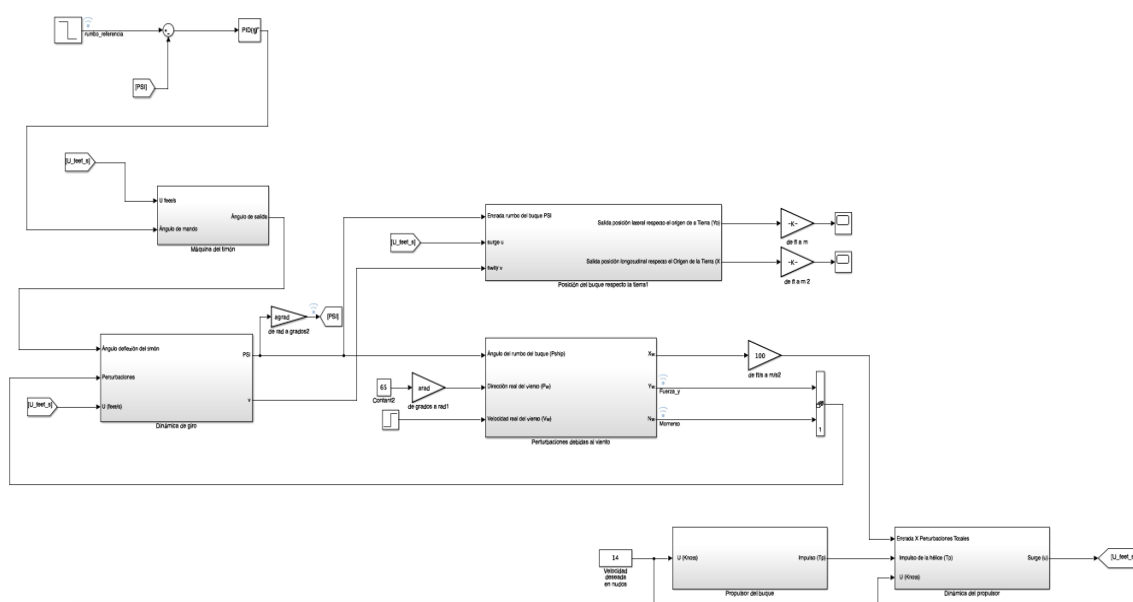


Figura 4-10: Implementación controlador PID

4.3.2. Análisis mediante simulación con un controlador PID sobre el rumbo, la pala del timón, el sway y el surge

En este apartado se analiza el comportamiento del controlador PID previamente diseñado sobre el rumbo, la pala del timón, el sway y el surge del buque para diferentes condiciones de navegación: variando el valor del ángulo de mando deseado y la dirección del viento. Sin embargo, todas las simulaciones parten de las siguientes condiciones iniciales:

- La pala del timón inicia su movimiento en $t = 300$ s (tiempo en el que se indica el rumbo deseado en la entrada consigna).
- El viento incide con una velocidad de 20 m/s y se inicia en $t = 1000$ s.
- Velocidad de avance deseada del buque igual a 14 nudos.

Simulación 1

- Rumbo deseado 20°
- Dirección del viento 65°

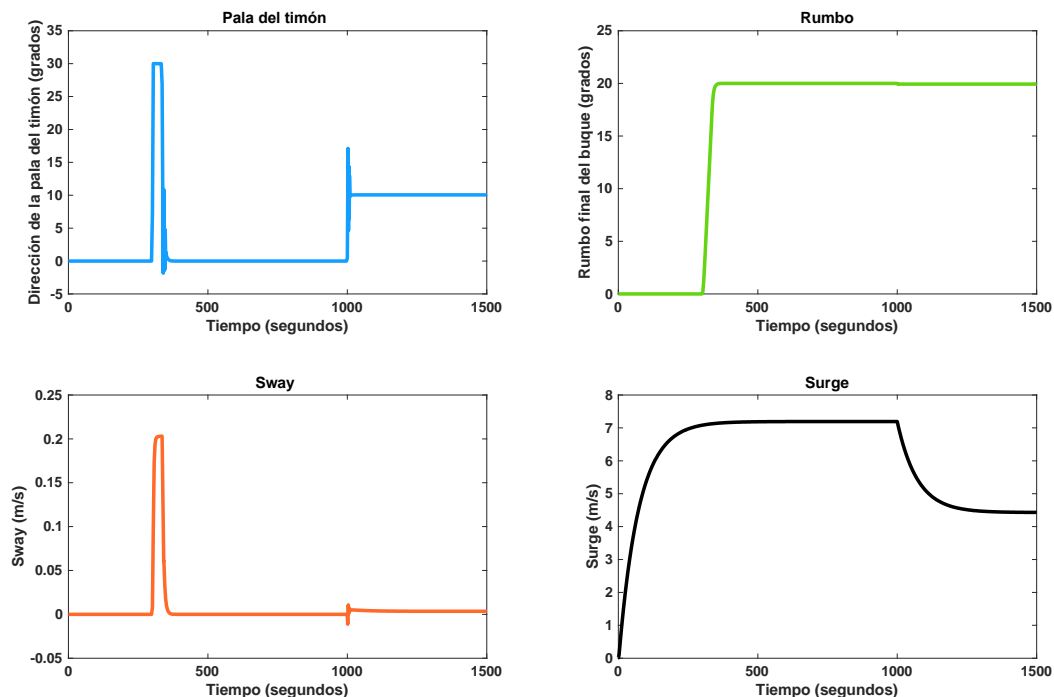


Figura 4-11: Respuesta del modelo en Simulación 1

En la Figura 4-11 se observa que para que el buque consiga mantener el valor del rumbo deseado ante entrada de perturbaciones la pala del timón debe desplazarse 10° desde su posición inicial. Al no generarse variación en el rumbo del buque no se genera momento N entonces, la velocidad lateral del buque se mantiene constante a 0 m/s tras la entrada de la acción del viento. Por otro lado, la componente X de la fuerza producida por el viento reduce la velocidad de avance.

Simulación 2

- Rumbo deseado 110°
- Dirección del viento 175°

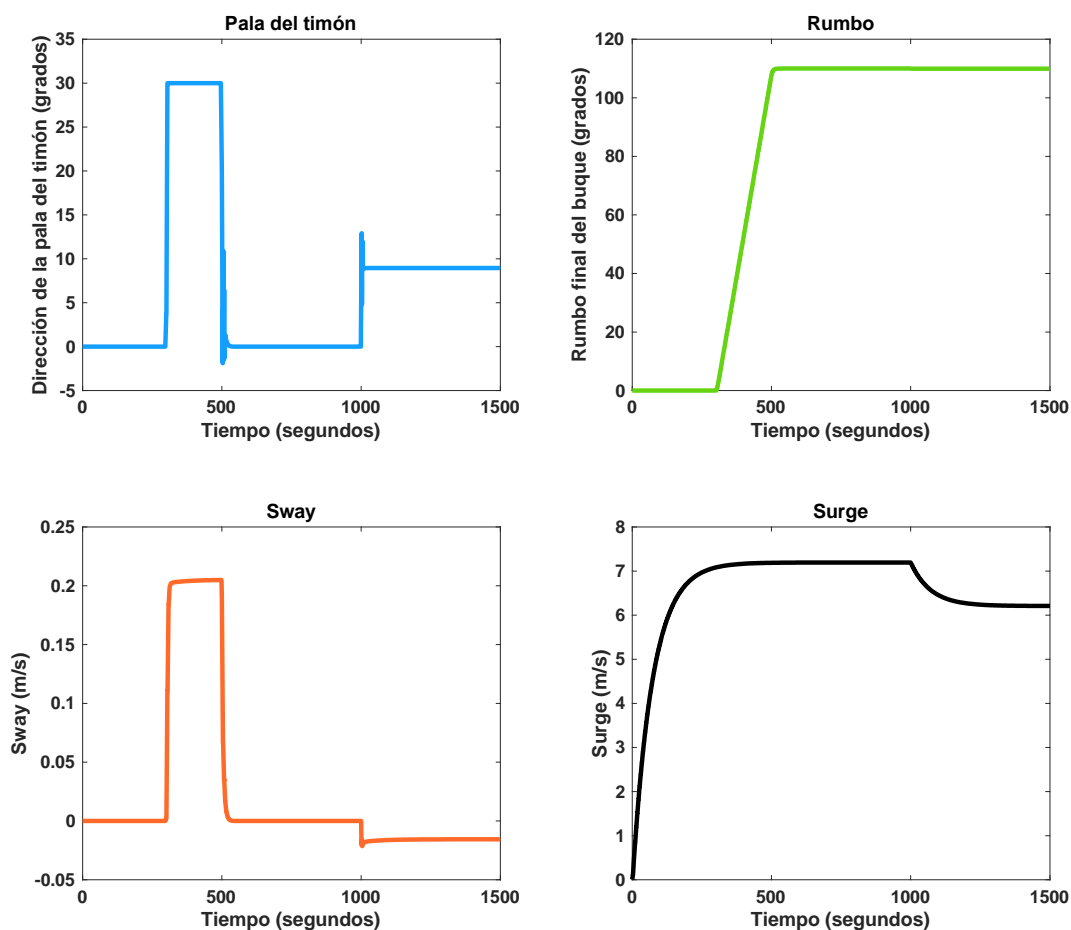


Figura 4-12: Respuesta del modelo en Simulación 2

En la Figura 4-12 se observa que para que el buque consiga mantener el valor del rumbo deseado ante la acción del viento la pala del timón también debe desplazarse 10° desde su posición inicial. La fuerza en X del viento obliga a al buque a reducir la velocidad de avance

Simulación 3

- Rumbo deseado -160°
- Dirección del viento 265°

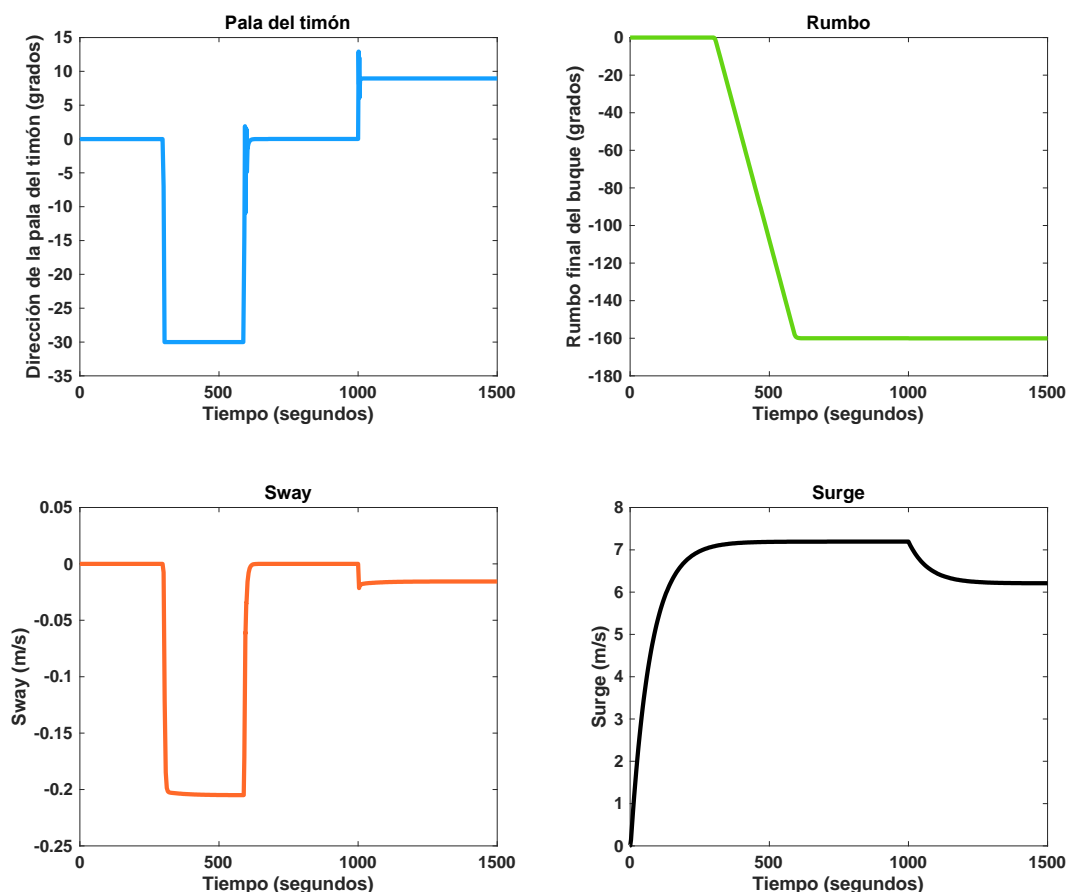


Figura 4-13: Respuesta del modelo en Simulación 3

En las gráficas obtenidas para los datos de la simulación 3 se observa que el valor inicial de la pala del timón y de la velocidad lateral son negativos, esto significa que la embarcación vira hacia estribor, al contrario que en las simulaciones 1 y 2.

Para que el buque alcance el rumbo deseado tras la entrada del viento, la pala del timón alcanza una apertura de 10° y la velocidad de avance se reduce debido a la fuerza en el eje X que genera el viento.

Simulación 4

- Rumbo deseado -70°
- Dirección del viento 355°

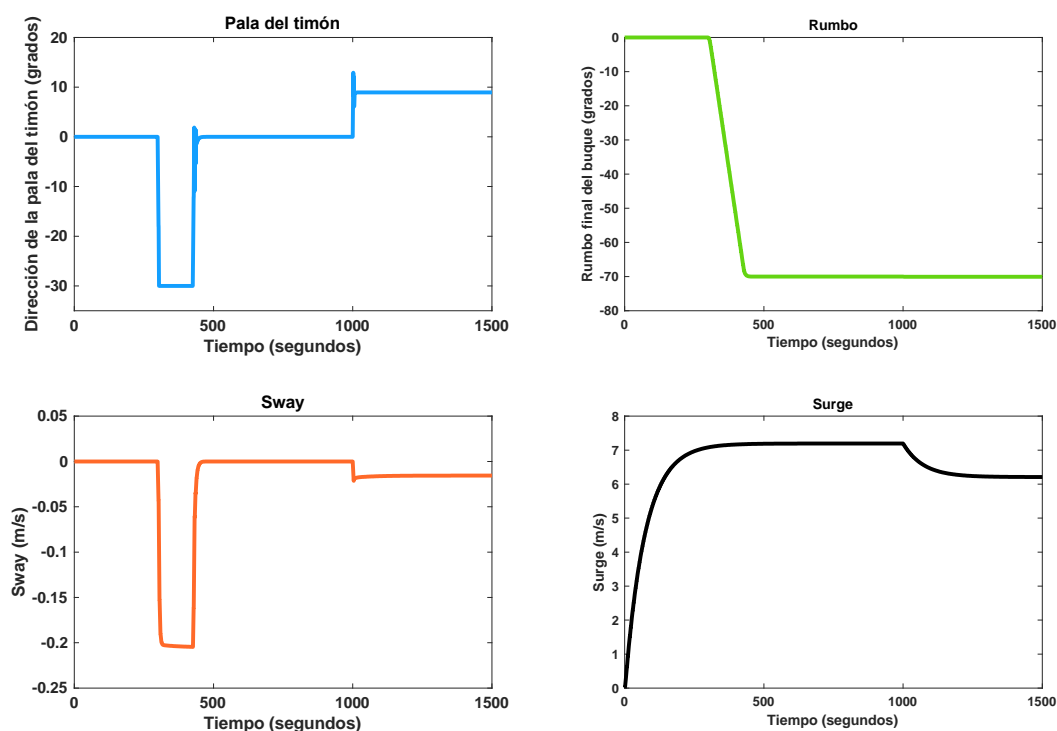


Figura 4-14: Respuesta del modelo en Simulación 4

En la Figura 4-14 también se puede observar que el valor inicial de la pala del timón y de la velocidad lateral son negativas, por lo tanto, en la simulación 4 el buque también vira hacia estribor.

En las cuatro simulaciones realizadas, la acción del viento es contraria al avance frenando su velocidad. Sin embargo, puede apreciarse que en todas las simulaciones el controlador PID diseñado consigue llevar el rumbo real hacia el rumbo deseado introducido en la entrada consigna, y mantener dicho rumbo a pesar incluso de las fuerzas de perturbación producidas por la acción del viento.

4.3.3. Análisis mediante simulación con un controlador PID sobre la posición X e Y del buque respecto la Tierra

En este apartado se analiza la posición del buque en las coordenadas X e Y respecto la Tierra para las simulaciones realizadas en el apartado 4.3.2.

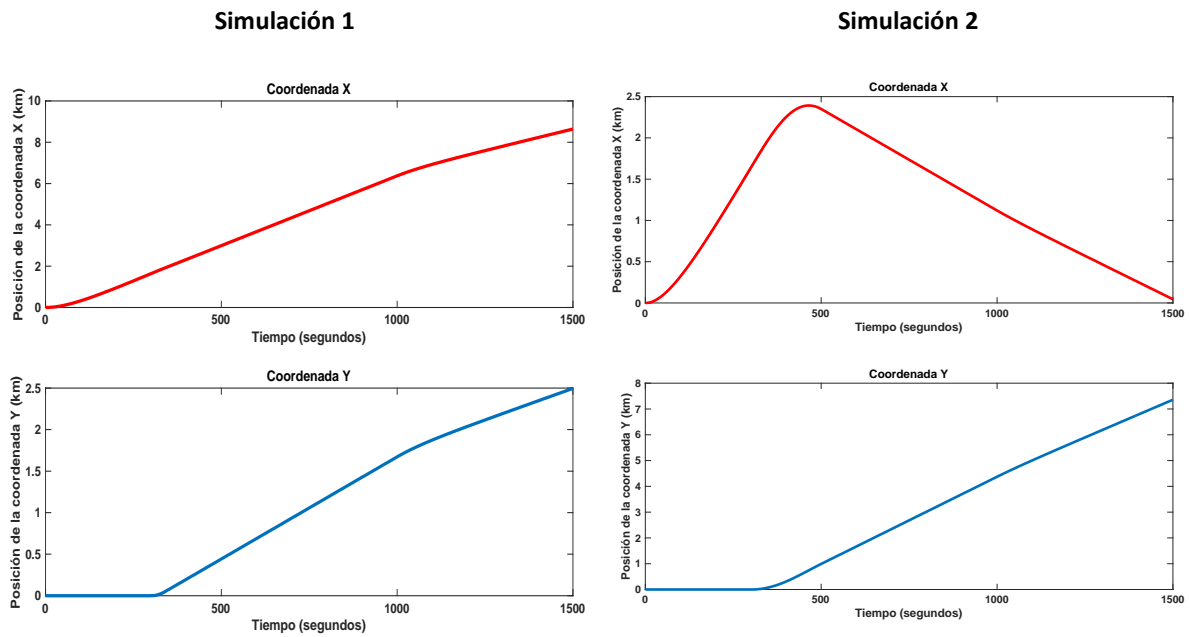


Figura 4-15: Posición del buque en las coordenadas X e Y en Simulación 1 y 2

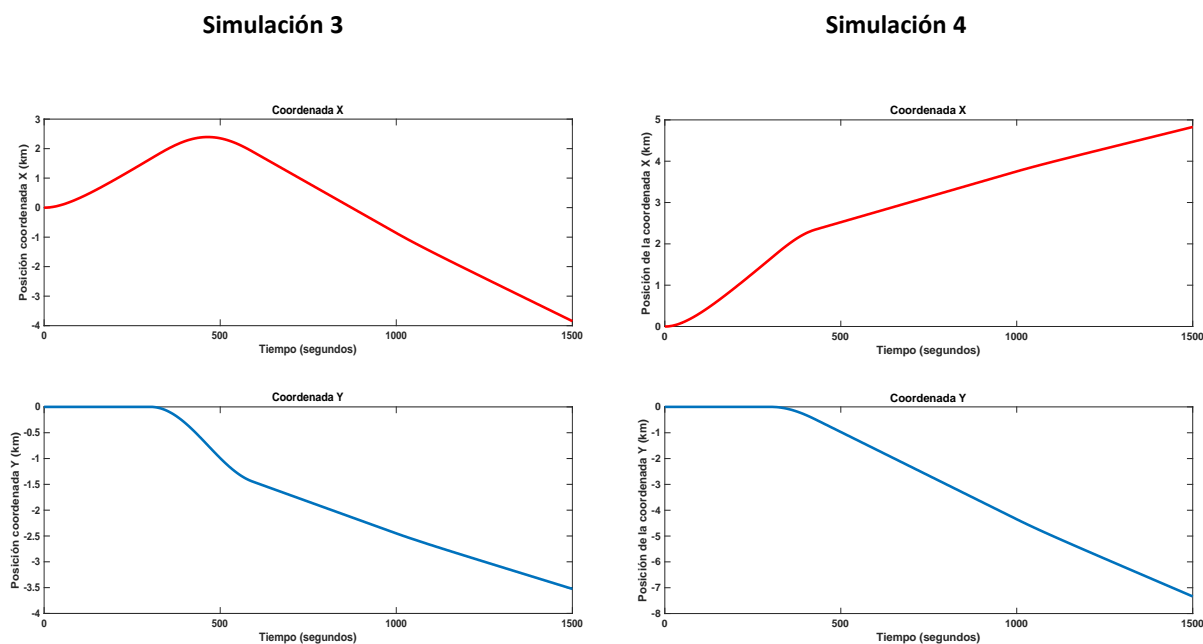


Figura 4-16: Posición del buque en las coordenadas X e Y en Simulación 2 y 3

Los primeros 300 segundos de las gráficas de la posición del buque en la coordenada X respecto la Tierra de las simulaciones 1 y 2 representan la aceleración inicial de la nave necesaria para alcanzar la velocidad de avance deseada, una vez se mantiene constante el buque avanza con una trayectoria lineal que depende del tiempo. Puede observarse que la coordenada Y permanece constante durante estos primeros 300 segundos ya que el rumbo inicial es de 0 grados. A los 300 segundos se introduce el rumbo deseado, por lo que el controlador incide sobre el timón para llevar al buque a tomar ese rumbo. Por tanto, a partir de los 300 segundos cambia el rumbo (inicialmente a 0 grados) y va variando la coordenada Y además de la X. Sin embargo, el comportamiento de dichas posiciones cambia al incidir la acción del viento ya que se modifica ligeramente la velocidad de avance a pesar de mantener el rumbo.

4.4. Cálculo del rumbo deseado través de waypoints

Este apartado trata sobre el diseño y análisis de un nuevo bloque implementado en el modelo (con el controlador) que calcula el rumbo deseado para que el buque recorra la ruta que le permita para por una posición determinada o *waypoint* deseado, indicada por las coordenadas cartesianas X e Y .

Un *waypoint* (punto del camino, en inglés) es una posición almacenada, un lugar determinado en el planeta, representa localizaciones y dispone de nombre, coordenadas y fecha. Por tanto, se entiende por ruta como el recorrido que une varios *waypoints*.

En este caso, los *waypoints* del bloque son la posición en la que se encuentra el buque (x_0, y_0) la posición deseada (x_f, y_f) que debe alcanzar, y la ruta es el recorrido entre estos dos lugares en la Tierra.

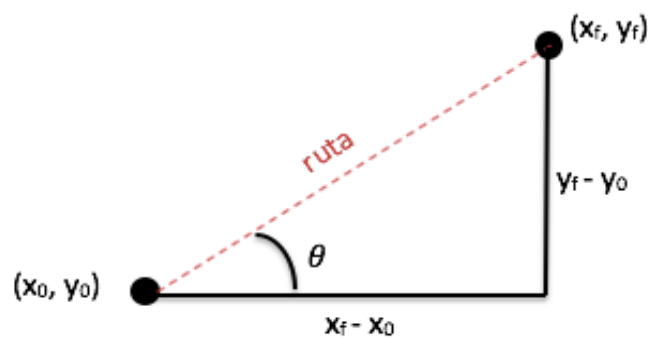


Figura 4-17: Teorema de Pitágoras

De esta manera, para determinar el rumbo deseado se aplica el teorema de Pitágoras:

$$\tan \theta = \frac{y_f - y_0}{x_f - x_0} \quad (4-11)$$

Y se implementa en el modelo de la siguiente manera

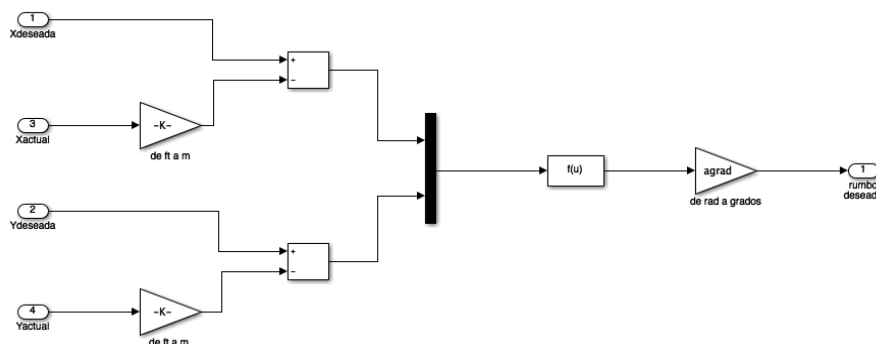


Figura 4-18: Modelo Simulink del cálculo del rumbo deseado

4.4.1. Análisis mediante simulación

En este apartado se analizan las respuestas del modelo con la implementación del nuevo bloque, obtenidas a partir de dos simulaciones para diferentes condiciones de navegación y *waypoints* deseados dados por sus coordenadas carte (x,y) .

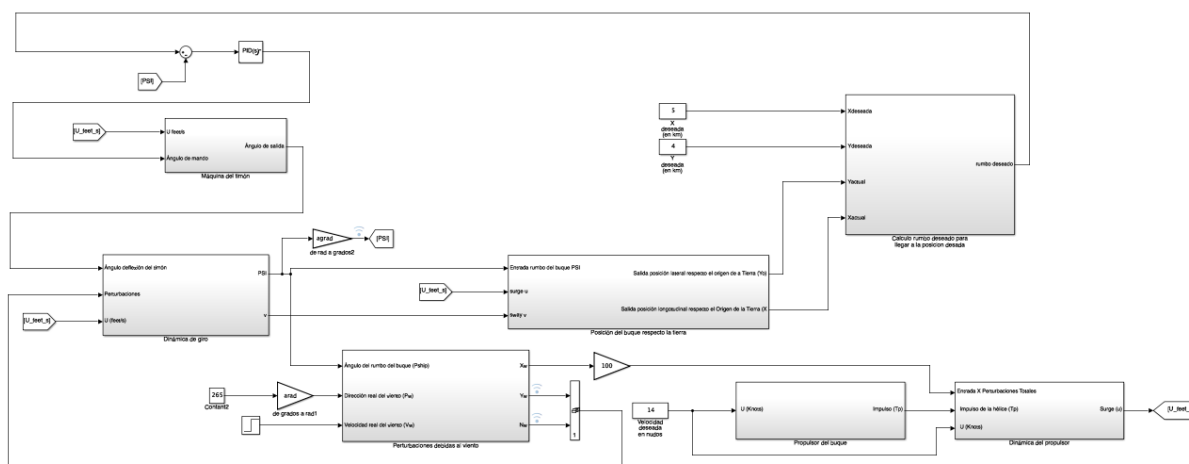


Figura 4-19: Modelo Simulink del cálculo del rumbo deseado

Simulación 1

Para realizar la primera simulación se aplican las siguientes condiciones:

- *Waypoint* dado por coordenadas $(x, y) = (7,3)$ km.
- Viento de 20 m/s con una dirección de 270° a los 750 segundos.

En la figura 4-20 se muestran tres gráficas con la respuesta del *sway* y el *surge*, el ángulo de la pala del timón y el rumbo, y la posición del buque en la coordenada X e Y respecto a la tierra. El rumbo deseado necesario para que el buque alcance la posición en la coordenada $(x, y) = (7,3)$ es de 23° y se mantiene constante ante entrada de perturbación gracias a que la pala del timón obtiene una apertura de 10° hacia estribor. Al mismo tiempo, la fuerza X que genera el viento obliga a aumentar la velocidad de avance del buque y, como no genera momento N , la velocidad lateral se mantiene constante a 0 m/s.

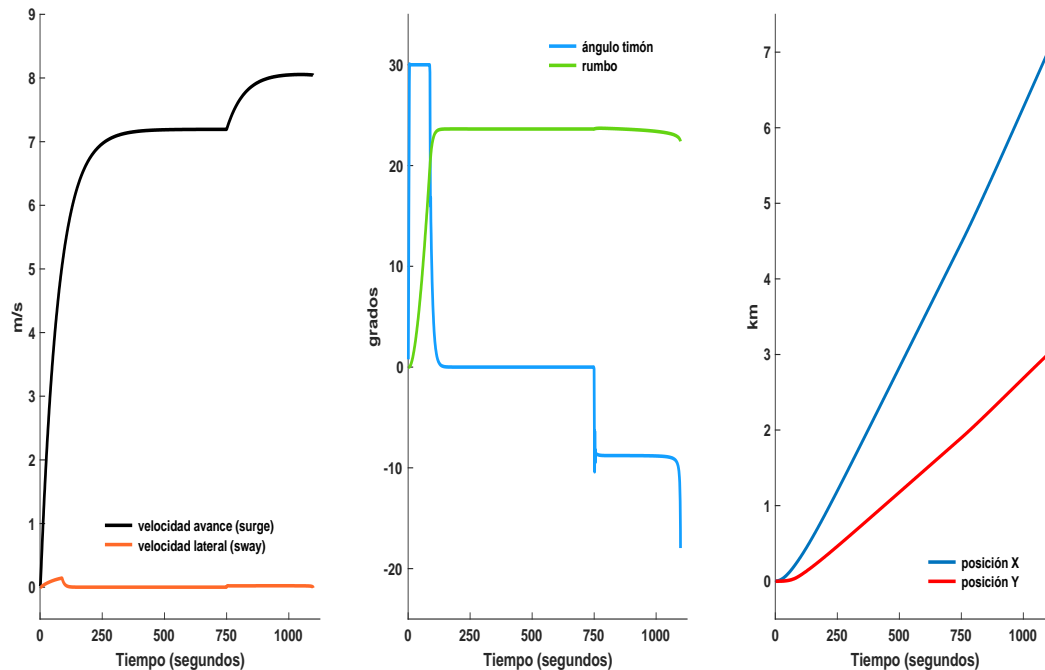


Figura 4-20: Respuestas simulación 1

Simulación 2

Para realizar la segunda simulación se aplican las siguientes condiciones:

- *Waypoint* dado por coordenadas $(x, y) = (-4, 4)$ km.
- Viento de 20 m/s con una dirección de 90° a los 750 segundos.

A continuación, se presentan las gráficas con las respuestas del *sway* y del *surge*, el ángulo de la pala del timón y el rumbo, y la posición del buque en la coordenada X e Y respecto a la Tierra. En la figura 4-21 se observa que el valor del rumbo deseado necesario para que el buque alcance la posición en la coordenada $(x, y) = (-4, 4)$ es de 150° , cuyo valor se mantiene constante ante entrada de perturbación debido a la apertura de 10° hacia estribor de la pala del timón. En realidad, el rumbo inicial debería ser de 135° pero debido a que el buque está acelerando inicialmente con rumbo 0° , ese rumbo es recalculado constantemente para alcanzar el *waypoint*. La acción del viento genera una fuerza en la coordenada X contraria a la dirección de la velocidad de avance del buque que obliga a reducir su valor, pero la incidencia en el buque de la perturbación no genera momento N , la velocidad lateral se mantiene constante a 0 m/s.

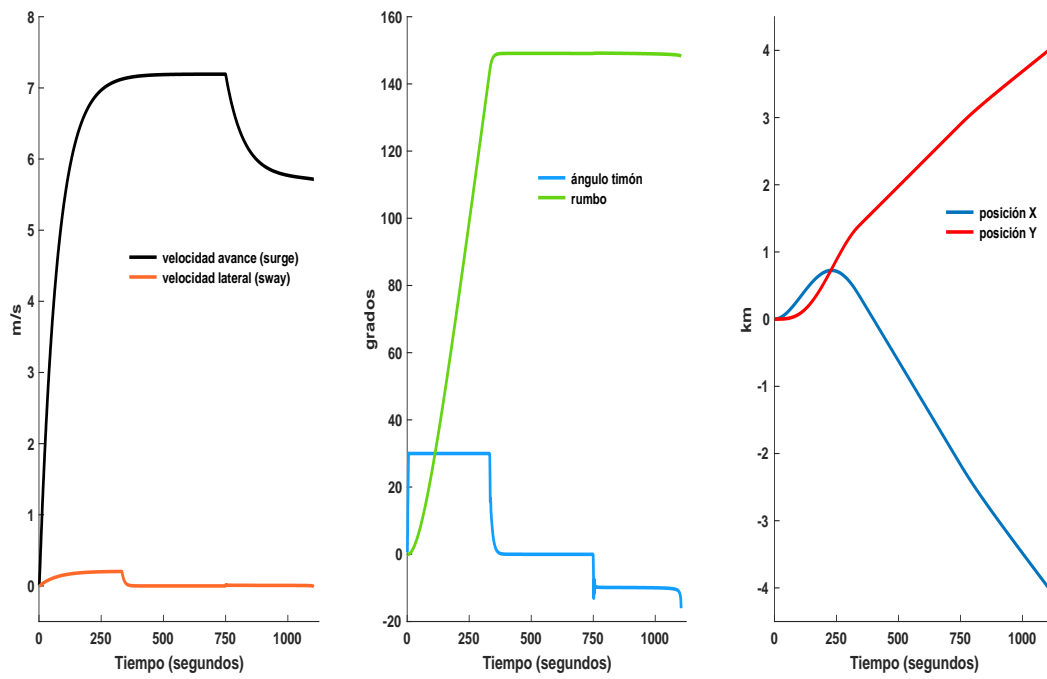


Figura 4-21: Respuestas simulación 2

5. Conclusiones

El modelo realizado con *Simulink* y desarrollado a lo largo del proyecto permite simular el comportamiento del casco de un buque en su fase de diseño, permitiendo que se puedan construir modelos a escala más precisos antes de pasar a simulaciones en tanques de olas, lo que permite realizar mejores diseños a menor coste.

Uno de los objetivos establecidos del proyecto era obtener un modelo matemático razonable e ilustrativo de la dinámica del buque y la perturbación del viento. Para desarrollar este modelo, se ha realizado una recopilación exhaustiva de información sobre los modelos matemáticos que describen el comportamiento dinámico de los buques a partir de las leyes dinámicas e hidrodinámicas, de la dinámica de propulsión de los buques y de las perturbaciones debidas al viento. A lo largo de esta fase de búsqueda de información, se ha evidenciado la carencia de estudios y/o artículos disponibles y los múltiples errores que aparecen en gran parte de ellos. Por tanto, el modelo obtenido es el resultado de un proceso de comparación y deducción para determinar las ecuaciones correctas.

Al utilizar un modelo paramétrico linealizado mediante el desarrollo en serie de Taylor para obtener este modelo matemático, ha sido necesario ignorar ciertas no linealidades y parámetros que pueden estar presentes en el sistema dinámico real. Sin embargo, con los distintos análisis realizados al modelo, se ha comprobado que el hecho de ignorar estas no linealidades no ha provocado efectos no deseados sobre dicho análisis.

El modelo matemático de la dinámica de movimiento del buque se ha descrito en términos de ecuaciones diferenciales y bajo ciertas condiciones específicas consideradas. Puesto que este modelo no es adecuado para el diseño de controladores, las ecuaciones diferenciales se han convertido en un sistema de ecuaciones de estado que ha permitido diseñar el sistema de control y analizar su efecto sobre el modelo.

En cuanto al sistema de propulsión, se trata de un modelo simplificado pero completo que incorpora el propulsor, la dinámica de propulsión y el efecto que las perturbaciones debidas al viento y la resistencia al avance del casco del buque pueden tener sobre la componente X de las coordenadas del buque respecto la Tierra que pueden influir en la velocidad de avance del buque. La incorporación de este bloque en la planta permite simular situaciones con cambios de velocidad así como el efecto de

estos cambios sobre el conjunto del modelo, influenciados por la resistencia al avance y las perturbaciones debidas al viento.

Para la modelización de la máquina del timón, se implementa un modelo que incorpora los principales efectos producidos por la maquinaria del timón que proporciona una correcta descripción de su funcionamiento.

La modelización completa del sistema global incorpora el efecto de las perturbaciones que genera el viento sobre el buque durante la navegación. En cuanto al modelo del viento, aún habiendo simplificado su diseño, permite simular diferentes condiciones de navegación variando parámetros como la dirección y la velocidad del viento. Esta modelización permite simular las fuerzas que actúan sobre cada componente de movimiento del buque.

El modelo *Simulink* ha permitido analizar y comparar diferentes tipos de sistemas de control. En concreto, en este trabajo se han comprobado el comportamiento de las respuestas obtenidas mediante un controlador proporcional variando la constante de proporcionalidad y de un controlador PID ajustando las tres constantes (proporcional, integral y derivativa) a partir del método del lugar geométrico de las raíces obtenido con la *toolbox Sisotool* de Matlab.

Los dos tipos de controladores proporcionan resultados satisfactorios para el sistema de tipo 1 con entrada de perturbación nula. Sin embargo, tras la entrada de perturbación cada controlador presenta diferentes respuestas. En cuanto al controlador de acción proporcional, no consigue que el error en estado estacionario sea nulo, sino que se mantiene constante. En base a los resultados obtenidos, el controlador que ha presentado mejores resultados globales, sobre todo tras la perturbación producida por la acción del viento es el controlador PID ya que ha conseguido que la señal de error en estado estacionario sea cero.

6. Limitaciones y extensiones futuras

El sistema de control diseñado en el presente Trabajo Final de grado posee diferentes limitaciones, que se han delimitado en este apartado como líneas futuras de trabajo a abordar en potenciales continuaciones de este trabajo.

- Añadir un bloque al modelo que complete y aproxime más a la realidad el efecto de las perturbaciones sobre el buque describiendo el comportamiento de las olas y las corrientes.
- Respecto al cálculo de rutas a partir de *waypoints*, rediseñar el bloque a partir de la fórmula del Haversine, que permite calcular de manera más realista la distancia entre cualquier par de puntos con coordenadas de latitud y longitud sobre una esfera, en este caso la Tierra.
- Posibilidad de añadir distintas restricciones al modelo, como por ejemplo la necesidad de navegar por un estrecho rodeado de rocas o tener que esquivar una boya que se encuentra en medio de la ruta del buque. Por lo tanto, se debería pensar qué restricciones se le van a implementar al modelo, cómo se van a diseñar dichas restricciones y analizar el efecto sobre el conjunto.
- En cuanto a las perturbaciones debidas al viento, el modelo puede recoger en tiempo real valores de los parámetros del viento a partir de aplicaciones o páginas web que contengan información sobre el viento a tiempo real según las coordenadas de latitud y longitud proporcionadas.
- Mejorar el controlador implementado de manera que se consiga un error en estado estacionario completamente nulo, analizando con más detalle los distintos métodos de selección de Ziegler-Nichols que establecen distintas reglas basándose en las respuestas a escalones experimentales o en valor de K_p o profundizando en el funcionamiento de la *toolbox Sisotool* de Matlab.
- Extender el estudio del modelo implementando las características y datos de otros buques: cruceros, portacontenedores, yates, veleros, etc.

7. Presupuesto

A continuación, se detalla el presupuesto del proyecto.

Los costes del proyecto van asociados al personal, al software, al lugar de trabajo y al material.

Gastos de personal

| | | Horas | Coste (€/h) | Total (€) |
|--------------|--------------------|-------|-------------|--------------|
| Estudiante | Investigación | 20 | 25 | 500 |
| | Programación* | 500 | 25 | 12500 |
| | Redacción | 100 | 25 | 2500 |
| | Reuniones | 50 | 25 | 1250 |
| Tutor | Revisión de tareas | 60 | 60 | 3600 |
| | Reuniones | 50 | 60 | 3000 |
| Co-tutor | Reuniones | 20 | 60 | 1200 |
| Total | | | | 24550 |

*No se incluyen las horas de programación que ha dedicado el tutor en programas previos puestos a disposición del estudio

Gastos de software

| | Precio/año (€) | Unidades | Uso (meses) | Total (€) |
|-------------------------------|----------------|----------|-------------|----------------|
| MATLAB 2018b | 480 | 1 | 5 | 200 |
| Microsoft Office 365 Personal | 54,99 | 1 | 5 | 22,913 |
| Total | | | | 222,913 |

Gastos de material

| | Precio/u (€) | Unidades | Uso (meses) | Total (€) |
|--------------------|--------------|----------|-------------|---------------|
| Ordenador* | 1349 | 1 | 5 | 140,54 |
| Material papelería | - | - | - | 5 |
| Total | | | | 145,54 |

*Se considera una amortización de 4 años para el ordenador

PRESUPUESTO TOTAL* **24919 €**

*IVA incluido en todos los precios

8. Cronograma

En este capítulo se presenta el cronograma de la duración del proyecto agrupando las diferentes actividades en bloques denominados *work package*.



Figura 8-1: Cronograma del proyecto

A continuación, se detallan las diferentes tareas (*work packages*) realizadas durante la ejecución del Trabajo Final de Grado.

- **WP1:** búsqueda y recopilación de información.
- **WP2:** introducción a Matlab y *Simulink*.
- **WP3:** realización de los cálculos iniciales necesarios para el diseño del modelo.
- **WP4:** redacción de la memoria del proyecto.
- **WP5:** diseño de los bloques máquina del timón y dinámica de giro, incorporando las correcciones en los cálculos y en la implementación.
- **WP6:** diseño del bloque posición del buque respecto la Tierra, así como las correcciones que se han aplicado.
- **WP7:** cálculos necesarios para diseñar el bloque de la perturbación debida al viento, así como su implementación en *Simulink* y las correcciones que se han aplicado.
- **WP8:** diseño de los bloques de la propulsión y la dinámica de propulsión del buque.
- **WP9:** diseño del bloque cálculo del rumbo deseado para alcanzar una posición determinada.

- **WP10:** diseño del controlador del buque.

En la Figura 8-1 se observan que al final del **WP1** y **WP10** aparecen unas estrellas que representan los hitos del proyecto, es decir, indican que el final estos dos procesos son las partes indispensables de dicho proyecto.

9. Impacto medioambiental

El uso de la simulación para analizar el comportamiento del modelo y de los controles diseñados permite realizar múltiples pruebas antes de contruir prototipos para ser testados en tanques de olas, reduciendo el uso de materiales y el coste de la fase de diseño.

A veces la alteración final causada por un conjunto de impactos es mayor que la suma de todos los individuales. En este caso los efectos individuales del proyecto no implican la destrucción del medioambiente en ninguno de los momentos en los que se puede presentar, por lo que se caracterizan por tener una intensidad nula y no ser persistentes. Entonces, la suma de efectos tampoco generan alteración final.

Por lo tanto, el signo del impacto medioambiental de este proyecto es positivo y sirve para mejorarlo ya que la simulación del diseño se muestra respetuosa con el medio ambiente al no intervenir materiales de forma física en el análisis del comportamiento del modelo.

10. Referencias

Alexander, D.: "Regional Deterrence Ship (RDS-2010)" Design Project. Naval Postgraduate School. Monterey, CA, 1993.

Cano, Luis Cano: *"Teoría de control en Python con SciPy (II): Control PID"*. Noviembre 2013.

Christopher A. Poor: "Simulink Modeling of a Marine Autopilot for TSSE Ship Designs". Naval Postgraduate School. Monterey, CA, September 1996.

Clark, W. J.: *"Design of a Discrete Time Ship Controller for Station Keeping During Underway Replenishment"*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School. Monterey, CA, 1989.

De Larrucea, Jaime R.: *"Seguridad Marítima en Buques Porta Contenedores"*. Enero 2009.

Fossen. Thor I.: "Guidance and Control of Ocean Vehicles". John Wiley & Sons Ltd. December 1995.

Interian Acosta, Pablo Santiago: *"Controladores PID de dos grados de libertad y algoritmos genéticos multiobjetivo"*. Artículo Monográfico. 2019.

Lewis, Edward V.: "Principles of Naval Architecture. Second Revision. Volume III: Motions in Waves and Controllability." Publisehd by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Jersey City, NJ. 1989.

López, J. y Quevedo, J.: "Modelización de la dinámica de un buque", 1980.

Michael, S. and Hover, Franz S.: "Maneuvering and Control of Marine Vehicles, Department of Ocean Engineering". Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Massachusetts, USA. November 2003.

Ogata, Katsuhiko: *"Modern Control Engineering 4th Edition"*. Prentice Hall. 2007.

Torp Karlsen, Andreas: "On Modeling of a Ship Propulsion System for Control Purposes". Master of Science in Engineering Cybernetics. Norwegian University of Science and Technology. 2012.

Tran-Van, Van: "Simulation of Propulsion Plant Dynamics and their effect on Speed Control". Naval Postgraduate School. Monterey, California, 1974.

Uhrin J. J. III: "*Sampled Data Adaptive Digital Computer Control of Surface Ship Maneuvers*", Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, 1976.

Vann, D. N.: "*Surface Combatant Calm Water Maneuvering in Four Degrees of Freedom*". Master's Thesis, Naval Postgraduate School. Monterey, CA, 1987.

Velasco González, Francisco J.: "Modelos Matemáticos para el Control de Gobierno de Buques". XXV Jornadas de Automática. Septiembre 2004.

Apéndices

A. Datos del buque bajo estudio

A continuación, se muestra una tabla de los parámetros más significativos del buque utilizados en el proyecto:

| RDS-2010 | |
|---|--------------------------------|
| DATOS FÍSICOS DEL BUQUE | |
| | Unidades Imperiales |
| Eslora entre perpendiculares (LBP) | 390,00 <i>ft</i> |
| Área frontal (A_f) | 2037,9 <i>ft</i> ² |
| Área lateral del (A_s) | 20379 <i>ft</i> ² |
| Coeficiente de bloque (C_b) | 0,599 (<i>adimensional</i>) |
| Posición del centro de gravedad (x_G) | −5,85 <i>ft</i> |
| Longitud al centro de flotación LCF (x_p) | −22,5 <i>ft</i> |
| Coeficiente prismático (C_p) | 0,650 (<i>adimensional</i>) |
| DATOS DE LOS PROPULSORES I APÉNDICES | |
| | Unidades Imperiales |
| Velocidad de propulsión (U) | 15 <i>kt</i> |
| Área del perfil del timón (ProfArud1) | 117,4 <i>ft</i> ² |
| Área del apéndice 2 (ProfArud2) | 117,4 <i>ft</i> ² |
| Área del radar (ProfAdom) | 1400 <i>ft</i> ² |
| Altura del timón (hrud1) | 11,95 <i>ft</i> |
| Altura del apéndice 2 (hrud2) | 11,95 <i>ft</i> |
| Altura del radar (hdom) | 22,26 <i>ft</i> |
| Coeficiente de arrastre del timón (Cdrud1) | 0,008 (<i>adimensional</i>) |
| Coeficiente de arrastre del apéndice 2 (Cdrud2) | 0,008 (<i>adimensional</i>) |
| Diámetro del propulsor (D_p) | 15,50 <i>ft</i> |
| Coeficiente de impulso del propulsor k_T (a 16 <i>kt</i>) | 0,185 (<i>adimensional</i>) |
| Coeficiente de impulso del propulsor k_T (a 25.26 <i>kt</i>) | 0,193 (<i>adimensional</i>) |
| Coeficiente de impulso del propulsor k_T (a 26.49 <i>kt</i>) | 0,201 (<i>adimensional</i>) |
| Coeficiente del par motor K_Q (a 16 <i>kt</i>) | 0,0417 (<i>adimensional</i>) |

| | |
|---|--------------------------------|
| Coeficiente del par motor K_Q (a 25.26 kt) | 0,0432 (<i>adimensional</i>) |
| Coeficiente del par motor K_Q (a 26.49 kt) | 0,0447 (<i>adimensional</i>) |
| Par motor disponible en el árbol de transmisión de la hélice Q_t (a 16 kt) | 219597 $lb_f - ft$ |
| Par motor disponible en el árbol de transmisión de la hélice Q_t (a 25.26 kt) | 586322 $lb_f - ft$ |
| Par motor disponible en el árbol de transmisión de la hélice Q_t (a 26.49 kt) | 689169 $lb_f - ft$ |
| Momento de inercia del conjunto de transmisión (I) | $1,95 \cdot 10^5 lb - ft^2$ |

Tabla 6: Datos del buque bajo estudio RDS-2010

B. Tabla de conversiones de las unidades al Sistema Internacional

| | Sistema Imperial | Sistema Internacional |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|
| Longitud | 1 ft | 0,3048 m |
| Área - Superficie | 1 ft^2 | 0,0929 m^2 |
| Masa | 1 <i>Long Ton</i> | 1016,05 kg |
| Velocidad | 1 <i>kn (nudo náutico)</i> | 0,51444 m/s |
| Par motor | 1 $lb_f - ft$ | 0,1383 Nm |
| Momento de inercia | 1 $lb - ft^2$ | 0,04214011 kgm^2 |
| Densidad | 1 $slug/ft^3$ | 515,378819 kg/m^3 |
| | 1 lbs/ft^3 | 16,0185 kg/m^3 |
| Viscosidad cinemática | 1 lb/fts | 1,49 kg/ms |

Tabla 7: Conversión de unidades

Se presentan algunos parámetros generales necesarios para los cálculos de algunas variables presentadas en la memoria y presentadas en el archivo *script m-file* de Matlab del apéndice C, con su respectiva conversión a las unidades del Sistema Internacional.

| | Unidades Imperiales | Unidades SI |
|---|-------------------------|------------------|
| Densidad del agua a 55° F = 12,7°C | 64 lb/ft^3 | 1026,30 kg/m^3 |
| Densidad del aire | 0,0752 lb/ft^3 | 1,2046 kg/m^3 |
| Viscosidad cinemática del agua a 55° F = 12,7°C | 1,3535 <i>Slugs/fts</i> | 0,001271 kg/ms |

Tabla 8: Parámetros generales

C. Código del archivo *script m-file* de Matlab

```

ARCHIVO CSGEN PARA GENERAR k,k2,kprime, Y Cs PARA RDS 2010

k1=0.3*(2*T/L); % Fórmula empírica
k2=1-(.5*(2*T/L)); % de la Tesis de Vann
kprime= 1-(1.33*(2*T/L)); %

% ÁREA PARA CADA SECCIÓN

secar= [0 0 0 25.69 52.5 158.7 271.48 382.65 485.27 574.11...
        646.09 700.07 736.36 755.95 759.89 748.75 722.26...
        668.83 585.81 470.15 324.39 164.23 30.00];

% CALADO PARA CADA SECCIÓN

d= [0 0 0 9.611 15.006 15.006 15.006 15.006 15.006 15.006...
    15.006 15.006 15.006 15.006 15.006 15.006 15.006 14.743...
    13.861 12.187 9.516 5.716 1.308];

% MANGA PARA CADA SECCIÓN

b= [0 0 0 2.452 4.82 14.418 24.208 33.062 40.386 45.984 49.934...
    52.488 53.978 54.734 55.032 55.050 54.844 54.196 52.798 50.206...
    45.996 39.996 32.574];

% DISTANCIA x DESDE EL CL EN CADA SECCIÓN

x= [204.655 194.997 185.34 179.93 174.521 154.704 134.887 115.069...
    95.252 75.435 55.618 35.801 15.984 -3.834 -23.651 -43.468...
    -63.285 -86.848 -110.410 -130.973 -157.535 -181.098 -204.66];

for i=1:length(d)
    if d(i) == 0
        mult(i) = 0;
    else
        mult(i) = secar(i)/(b(i)*d(i));
    end
    if b(i) == 0
        mult2(i) =0;
    else
        mult2(i) = (4*d(i)/b(i));
    end
end

co(i) = -0.8572 + 0.5339*mult2(i) ; % FROM FORMULAE IN REF.3
c1(i) = 3.734 - 1.3661*mult2(i);
c2(i) = -1.7323 + 0.8679*mult2(i);
Cs(i) = co(i)+(c1(i)*mult(i))+(c2(i)*mult(i)^2);

if Cs(i) > 0.918

```

```
Cs(i) = 0.918 ; % CAPS MAX Cs VALOR A MÁX. ÁREA.

end

Csdsq(i) = Cs(i)* d(i)^2;
Csdsqx(i) =Cs(i)*d(i)^2*x(i);
Csdsqxsq(i)=Cs(i)*d(i)^2*x(i)^2;

end

%DISTANCIA DEL CASCO DE POPA A PROA EN CADA SECCIÓN

Huldist = [0 9.658 19.315 24.725 30.134 49.91 69.768 89.586 109.403...
129.22 149.037 168.854 188.671 208.489 228.306 248.123...
267.94 291.502 315.065 335.628 362.19 385.753 409.315];
xi=linspace(0,409,409);

Csdsqfit=interp1(huldist,Csdsq,xi) ;
Csdsqxfit=interp1(huldist,Csdsqx,xi) ;
Csdsqxsqfit=interp1(huldist,Csdsqxsq,xi);

int1=trapz(Csdsqfit);
int2=trapz(Csdsqxfit);
int3=trapz(Csdsqxsqfit);
m2= (k2*pi)/(L*T^2)*int1;
xbar=(int2)/int1;

mz=(kprime/k2)*m2;
k1;
k2;
kprime;
% subplot(211),plot(Cs)
% subplot(212),plot(Csfit)

% ARCHIVO HYDROGEN PARA GENERAR LAS DERIVADAS HIDRODINÁMICAS, COEFICIENTES
% DEL VIENTO, DIRECCIÓN DEL VIENTO Y PROPULSIÓN

rho = 1.9914*0.0311 ; % Densidad del H2O en Slugs/Cub. Ft.

% a 55 deg F * (Slugs/Lb Mass)

% CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE ARRASTRE DEL BUQUE CON ÁNGULO DE ATAQUE CERO

rhos = 1.9914 ; % Densidad del H2O
vs = 1.3535 ; % Viscosidad cinemática del H2O
q = .5*rhos*vs^2 ; % Presión dinámica del H2O
Do = 123559 ; % Fuerza de arrastre a 16 Knots
WSA = 24204.1 ; % Área de la superficie mojada
Cdo = Do/(q*WSA) ; %Coeficiente de arrastre del casco
```

```
% ENTRADAS NECESARIAS PARA GENERAR LAS DERIVADAS HIDRODINÁMICAS

D = 5721.8 ; % (input) Desplazamiento en Long Tons (5721.8)
T = 15.01 ; % (input) Puntal en Feet (15.01)
L = 409.315;LOA=L; % (input) Eslora (LOA) (409.315)
B = 55.09 ; % (input) Manga en Feet (55.09)
Cb = 0.599 ; % (input) Coeficiente de bloque (0.599)
mship = (2240*D)/32.2 ; % Cálculo masa del buque
ma = 0.25*mship;
delmaxdot = 2 ; % (input) Máximo giro del timón
delemax = 7 ; % (input) Error máimo
Kg = delmaxdot/delemax ; % Ganancia del timón
Xg = -5.85 ; % (input) Xg (
xp = -22.5 ; % (input) Longitud al centro de flotación (LCF)

Priz= 0.650 ; % (input) Coeficiente prismático

% CÁLCULO DE LOS APÉNDICES: TIMONES Y SÓNAR

ProfArud1 = 117.4 ; % (input) Área del perfil del timón (117.4)
PAnond1 = ProfArud1/(L*T) ; % Área del perfil adimensionalizada
hrud1 = 11.95 ; % (input) Altura del timón
arud1 = hrud1^2/ProfArud1 ; %
hrudnd1 = hrud1/L ; % Altura adimensionalizada
Cdrud1 = 0.008 ; % (input) Coeficiente de arrastre del timón (0.008)
mrud1 = (2*pi)/(1+2/arud1) ; %(input)
ProfArud2 = 117.4 ; % (input) Área del perfil del timón (117.4)
PAnond2 = ProfArud2/(L*T) ; % Área del perfil adimensionalizada
hrud2 = 11.95 ; % (input) Altura del timón
arud2 = hrud2/ProfArud2 ; % (input)
hrudnd2= hrud2/L ; % Altura adimensionalizada
Cdrud2 = 0.008 ; % (input) Coeficiente de arrastre del timón (0.008)
mrud2 = (2*pi)/(1+2/arud2) ; %
ProfAdom = 1400 ; % (input) Área del perfil del sónar (1400)
PAnond = ProfAdom/(L*T) ; % Área del perfil adimensionalizada
adom = 0.35 ; % (input)
hdom = 22.26 ; % (input) Altura del sónar
hdomnd= hdom/L ; % Altura adimensionalizada

% LLAMAR EL GENERADOR DE COEFICIENTES

CSGEN

% GENERADOR DE LAS DERIVADAS HIDRODINÁMICAS ADIMENSIONALES DEL CASCO

mpri = mship/(0.5*L^3*rho) ;
Yvh = -pi*(T/L)*Cdo ;
Yrh = -(k1 *mpri) + ((xp/L)*Yvh) ;
Nvh = -(m2 -(k1 *mpri)) + ((xp/L)*Yvh) ;
Nrh = -(mz*(xbar/L)) + ((.5*Priz)^2*Yvh) ;
Yvdoth = -m2 ;
Yrdoth = 0 ;
Nvdoth = 0 ;
Nrdoth = -((kprime*pi)/(L^3*T^2))*int3 ;
Izh = mship/(0.5*L^5*rho) ;
```

```

Xgpri = Xg/L ;

% GENERADOR DE LAS DERIVADAS HIDRODINÁMICAS ADIMENSIONALES DEL TIMÓN

Ydel = (4/3)*PAnond1*((2*pi)/(1+(2/arud1))); % 4/3 ACCOUNTS FOR TWO RUDDERS
Ndel = -.5*(Ydel);

% GENERADOR DE LAS DERIVADAS HIDRODINÁMICAS ADIMENSIONALES DE LOS
APÉNDICES

Yvfr1 = -PAnond1*((2*pi)/(1+(2/arud1))) ;
Yvfr2 = -PAnond2*((2*pi)/(1+(2/arud2))) ;
Yvfd = -PAnond*((2*pi)/(1+(2/adom))) ;
Yvap = Yvfr1+Yvfr2+Yvfd ;
Yrfr1 = -.5*Yvfr1;
Yrfr2 = -.5*Yvfr2;
Yrfd = -.5*Yvfd ;
Yrap= Yrfr1 + Yrfr2 + Yrfd ;
Nvfr1 = Yrfr1 ;
Nvfr2 = Yrfr2 ;
Nvfd = Yrfd ;
Nvap = Nvfr1 + Nvfr2 + Nvfd ;
Nrfr1 =.25*Yvfr1 ;
Nrfr2 =.25*Yvfr2 ;

Nrfd = .25*Yvfd ;
Nrap = Nrfr1 + Nrfr2 + Nrfd ;
Yvdotfr1 = -4*pi*PAnond1*hrudnd1/sqrt(arud1+1) ;
Yvdotfr2 = -4*pi*PAnond2*hrudnd2/sqrt(arud2+1) ;
Yvdotfdm = -4*pi*PAnond*hdomnd/sqrt(adom+1) ;
Yvdotap = Yvdotfr1+Yvdotfr2+Yvdotfdm ;
Yrdotfr1 = 2*pi*PAnond1*hrudnd1/sqrt(arud1+1) ;
Yrdotfr2 = 2*pi*PAnond2*hrudnd2/sqrt(arud2+1) ;
Yrdotfdm = 2*pi*PAnond*hdomnd/sqrt(adom+1) ;
Yrdotap = Yrdotfr1+Yrdotfr2+Yrdotfdm ;
Nvdotfr1 = Yrdotfr1 ;
Nvdotfr2 = Yrdotfr2 ;
Nvdotfdm = Yrdotfdm ;
Nvdotap = Nvdotfr1+Nvdotfr2+Nvdotfdm ;
Nrdotfr1 = .25*Yvdotfr1 ;
Nrdotfr2 =.25*Yvdotfr2 ;
Nrdotfdm = .25*Yvdotfdm ;
Nrdotap = Nrdotfr1+Nrdotfr2+Nrdotfdm ;

%GENERADOR TOTAL DE HIDRODINÁMICAS

Yvtot =Yvh + Yvap ;
Yrtot = Yrh + Yrap ;
Nvtot = Nvh + Nvap ;
Nrtot = Nrh + Nrap ;
Yvdot = Yvdoth + Yvdotap ;
Yrdot = Yrdoth + Yrdotap ;
Nvdot = Nvdoth + Nvdotap ;

```

```
Nrdot = Nrdoth + Nrdotap ;
```

%GENERADOR DE MATRICES

```
a11 = mpri-Yvdot ;
a12 = (mpri*Xgpri)-Yrdot ;
a21 = (mpri*Xgpri)-Nvdot ;
a22 = Izh-Nrdot ;
```

```
h11 = Yvtot ;
h12 = Yrtot-mpri ;
h21 = Nvtot ;
h22 = Nrtot-(mpri*Xgpri) ;
```

```
c11 = Ydel ;
c21 = Ndel ;
```

```
A = [a11 a12 ; a21 a22] ;
H = [h11 h12 ; h21 h22] ;
C = [c11 ; c21] ;
```

```
Apri = inv(A)*H ; Apri(2,1)=Apri(2,1)/4;
Bpri =(inv(A)*C) ;
Cpri = [1 0;0 -1] ;
Dpri = [0;0] ;
```

%COEFICIENTES DEL VIENTO

%CONSTANTES

```
rho = 64 ; % Densidad de H2O en lbs/ft^3
rhoa = 0.0752 ; % Densidad del aire en lbs/ft^3
LBP = 390.00 ; % (input) Eslora del buque entre perpendiculares
LOA = 409.31 ; % (input) Eslora total
Af = 2037.9 ; At=Af; % (input) Área frontal del buque
As = 10*Af; Al=As; % (input) Área lateral del buque (Estimada)
q=rhoa/rho ;
arad=pi/180;
agrad=180/pi;
```

% GENERACIÓN DE COEFICIENTE

```
Cwx = q*Af/LBP^2*7000 ; % Coeficiente Fuerza X del viento
Cwy = q*As/LBP^2*8000 ; % Coeficiente Fuerza Y del viento
Cwn = q*As*LOA/LBP^3; % Coeficiente Momento N del viento
parax=0.5*rhoa*Af;
paray=0.5*rhoa*As;
paran=0.5*rhoa*As*L;
```

% CONSTANTES DE PROPULSIÓN Y GENERADOR DE EMPUJE

```
I=1.9e5 ; % Momento del inercia del eje del propulsor
gm=(32.2^2/(5721*2240)) ; % Forma equivalente de g/m
Dp=15.50; %Diámetro del propulsor en ft
K3=6000; % Qf, Cálculo de las pérdidas generadas por fricción
K5=1/(2*pi*I) ; % Qt Multiplicador
```